Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Горно-Алтайский государственный университет»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины: **Эконометрика**
Уровень основной образовательной программы: **бакалавриат**
Рекомендуется для направления подготовки 38.03.01. Экономика
профиль подготовки Экономика предприятий и организаций

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО
по направлению подготовки «Экономика»
(утвержден приказом Министерства образования и науки РФ от
12.11.2015 г. № 1327)
и учебного плана по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (профиль Экономика предприятий и организаций), утвержденного Ученым советом ГАГУ
(от 24.12.2015, протокол №12).

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры экономии предприятия и прикладной информатики от 26.01.2016 протокол №5

Горно-Алтайск
2016

1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭКОНОМЕТРИКА»

Цель дисциплины: сформировать навыки эконометрического моделирования с освоением методов эконометрического анализа и прогнозирования.

Задачи дисциплины:

-расширение и углубление теоретических знаний о качественных особенностях экономических систем и процессов, количественных взаимосвязях и закономерностях их развития;

- подготовка студентов к прикладным исследованиям в области экономики;

-овладение методологией и методикой построения и применения эконометрических моделей для проведения количественного анализа реальных экономических явлений, получения содержательных оценок и выводов о перспективах развития изучаемых систем;

-изучение наиболее типичных эконометрических моделей, получение практических навыков работы с ними.

2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Эконометрика» относится к профессиональному циклу дисциплин вуза (Б1. Б.11)

Для освоения данной дисциплины студенты должны иметь знания, полученные при изучении предметов «Математика», «Статистика», «Экономика предприятия», «Теория вероятности и математическая статистика».

Освоение дисциплины «Эконометрика» является необходимой основой для последующего дипломного проектирования.

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	Наименование разделов (темы) данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин								
		Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции	Точечные и интервальные оценки параметров уравнения регрессии	Проверка качества уравнения регрессии	Множественный регрессионный анализ. Мультиколлинеарность	Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии и значимости модели	Показатели связи при множественной регрессии	Проверка качества модели множественной регрессии и использование ее для прогноза	Моделирование тренда и сезонной компоненты в аддитивных моделях временных рядов	Моделирование тренда и сезонной компоненты в мультипликативных моделях временных рядов
1	Дипломное проектирование	+			+	+	+	+	+	+

3 ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭКОНОМЕТРИКА»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

-способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности (ОК-3);

-способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-4).

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- теоретические обоснования эконометрических моделей;
- какие связи существуют между экономическими явлениями и процессами и в какой форме они могут быть выражены с помощью математических функций;
- какие данные нужно собрать и каким требованиям они должны удовлетворять при построении эконометрической модели;
- как использовать имеющиеся статистические данные для построения эконометрической модели;
- с помощью каких средств можно быстро и качественно выполнить расчеты;
- как провести анализ полученных расчетов;
- какие выводы можно сделать;

уметь:

- выбирать формы связи конкретных экономических явлений и процессов и строить эконометрические модели;
- использовать графический метод определения связи и оценки параметров эконометрической модели и ее характеристик;
- использовать математико-статистические методы оценки связи между экономическими явлениями, оценки параметров модели, точечных и интервальных прогнозов;

использовать возможности персональных компьютеров для оценки связи между экономическими явлениями, оценки параметров модели, точечных и интервальных прогнозов;

- оценивать качество эконометрических моделей;

владеть:

- навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики;

4 ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестр
		5
Аудиторные занятия (всего)	80/2,8	80/2,8
В том числе:		
Лекции	30/1,4	30/1,4
Лабораторные работы (ЛР)		
Семинары (С)	50/1,4	50/1,4
Самостоятельная работа (всего)	100/2,2	100/2,2
В том числе:		
Реферат	20/0,27	20/0,27
Подготовка презентаций	20/0,27	20/0,27
Работа над изучением кейсов	10/0,27	10/0,27
Решение задач	40/1,1	40/1,1
Подготовка к проверочным работе	10/0,27	10/0,27

Вид промежуточной аттестации	Экзамен	
Общая трудоемкость: часы	216	216
зачетные единицы	6	6

Матрица соответствия компетенций и разделов (тем) дисциплины

Наименование раздела (темы) дисциплины	Компетенция		Сумма компетенций
	ОК-3	**ПК-4**	
1. Предмет эконометрики и ее основное содержание	+		**1**
2. Методология эконометрики	+		**1**
3. Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции	+		**1**
4. Точечные и интервальные оценки параметров уравнения регрессии	+	+	**2**
5. Проверка качества уравнения регрессии	+	+	**2**
6. Нелинейная регрессия	+	+	**2**
7. Множественный регрессионный анализ. Мультиколлинеарность	+	+	**2**
8. Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии и значимости модели		+	**1**
9. Показатели связи при множественной регрессии		+	**1**
10. Проверка качества модели множественной регрессии и использование ее для прогноза	+	+	**2**
11. Проблемы спецификации моделей множественной регрессии	+	+	**2**
12. Проверка наличии гетероскедастичности	+	+	**2**
13. Автокорреляция остатков	+	+	**2**
14. Регрессионные модели с фиктивными переменными	+	+	**2**
15. Системы одновременных уравнений	+	+	**2**
16. Введение в анализ временных рядов.	+	+	**2**
17. Моделирование тренда и сезонной компоненты в аддитивных моделях временных рядов	+	+	**2**
18. Моделирование тренда и сезонной компоненты в мультипликативных моделях временных рядов	+	+	**2**
19. Стационарные временные ряды	+	+	**2**
20. Динамические эконометрические модели с распределенным лагом	+	+	**2**
21. Модели адаптивных ожиданий и частичной корректировки	+	+	**2**
Форма контроля:	**Экзамен**		

5 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭКОНОМЕТРИКА»

5.1 Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Предмет эконометрики и ее основное содержание

История развития эконометрики. Предмет и задачи эконометрики. Связь эконометрики с другими дисциплинами. Роль экономической теории, экономической статистики и математической статистики в эконометрическом моделировании. Цели и задачи эконометрики. Понятие эконометрической модели.

Тема 2. Методология эконометрики

Этапы эконометрического исследования. Пространственные и временные данные. Виды переменных: экзогенные, эндогенные, лаговые, предопределенные, фиктивные. Понятие модели. Виды моделей. Классификация эконометрических моделей. Понятие статистической связи. Виды статистических связей – функциональная и корреляционная.

Тема 3. Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции

Понятие спецификации. Методы спецификации: графический, аналитический, экспериментальный. Содержание параметров парной линейной регрессии. Графический метод определения оценок параметров однофакторной регрессии. Сущность метода наименьших квадратов. Оценка параметров уравнения парной линейной регрессии методом наименьших квадратов.

Оценка и содержание показателей линейной корреляционной связи: коэффициента корреляции, коэффициента ковариации, коэффициента детерминации.

Тема 4. Точечные и интервальные оценки параметров уравнения регрессии

Понятие статистической гипотезы. Нулевая гипотеза и альтернативная гипотеза. Отличие оценок параметров регрессии от самих параметров. Точность оценки. Основные свойства оценок: несмещенность, эффективность (оптимальность), состоятельность.

Характеристика интервальной оценки. Понятие доверительной вероятности и уровня значимости. Зависимость точности оценки от численности выборки и доверительной вероятности.

Стандартные ошибки оценок параметров уравнения парной линейной регрессии. Интервальные оценки параметров уравнения регрессии.

Тема 5. Проверка качества уравнения регрессии

Предпосылки применения МНК. Определение случайного характера остатков.

Понятия гомоскедастичности и гетероскедастичности остатков. Автокорреляция остатков. Оценка значимости параметров парной линейной регрессии и коэффициента корреляции с помощью t-критерия Стьюдента. Оценка значимости уравнения регрессии с помощью коэффициента детерминации. Средняя ошибка аппроксимации.

Тема 6. Нелинейная регрессия

Графический метод определения наличия нелинейной регрессии. Виды нелинейных регрессий: регрессии, нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам; регрессии нелинейные по оцениваемым параметрам. Нелинейные регрессии внутренне линейные и внутренне нелинейные.

Оценка параметров уравнения степенной и показательной регрессии, параметров гиперболы. Логарифмирование как метод приведение нелинейных внутренне линейных моделей к линейному виду. Оценка параметров внутренне нелинейных моделей.

Показатели корреляции при нелинейной регрессии.

Тема 7. Множественный регрессионный анализ. Мультиколлинеарность

Линейная модель множественной регрессии. Матричная форма модели множественной линейной регрессии. Отбор факторов при построении множественной регрессии. Требования, предъявляемые к факторам, включаемым в модель. Сущность мультиколлинеарности. Совершенная и несовершенная мультиколлинеарность. Последствия мультиколлинеарности. Признаки наличия мультиколлинеарности. Методы определения и устранения мультиколлинеарности. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели.

Тема 8. Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии и значимости модели

Предпосылки применения метода наименьших квадратов при оценке параметров уравнения множественной линейной регрессии. Причины невыполнения предпосылок (гетероскедастичность и автокорреляция). Теорема Гаусса-Маркова. Свойства оценок параметров уравнения множественной линейной регрессии. Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии. Интервальные оценки коэффициентов регрессии.

Тема 9. Показатели связи при множественной регрессии

Индекс (коэффициент) множественной корреляции. Скорректированный индекс множественной корреляции. Коэффициент множественной детерминации. Скорректированный коэффициент множественной детерминации. Частные коэффициенты корреляции. Соизмеримые показатели тесноты связи – коэффициенты частной эластичности и стандартизованные частные коэффициенты регрессии.

Тема 10. Проверка качества модели множественной регрессии и использование ее для прогноза

Анализ качества эмпирического уравнения множественной регрессии. Проверка статистической значимости коэффициентов множественной регрессии. Проверка общего качества уравнения множественной регрессии. Применение уравнения множественной регрессии для прогноза значений результативного признака.

Тема 11. Проблемы спецификации моделей множественной регрессии

Признаки хорошей модели. Виды ошибок спецификации, их обнаружение и корректировка. Основные проблемы спецификации моделей регрессии. Спецификация регрессионной модели пространственной выборки. Спецификация регрессионных моделей временных рядов. Выбор одной из двух моделей регрессии.

Тема 12. Проверка наличии гетероскедастичности

Сущность и последствия гетероскедастичности остатков. Методы обнаружения гетероскедастичности остатков. Проверка наличия гетероскедастичности методом Голдфельда-Кванта. Применение обобщенного метода наименьших квадратов (ОМНК) для оценки параметров уравнения регрессии при наличии гетероскедастичности.

Тема 13. Автокорреляция остатков

Понятие автокорреляции остатков. Авторегрессионная функция. Методы обнаружения автокорреляции остатков. Критерий Дарбина-Уотсона. Оценка параметров уравнения регрессии с помощью обобщенного метода наименьших квадратов при наличии автокорреляции остатков.

Тема 14. Регрессионные модели с фиктивными переменными

Понятие фиктивных переменных. Необходимость использования фиктивных переменных. ANCOVA-модель при наличии у переменной двух и более двух альтернатив. Модели с количественными и качественными переменными. Использование фиктивных переменных в сезонном анализе.

Тема 15. Системы одновременных уравнений

Сущность системы линейных одновременных уравнений. Структурная форма модели. Виды структурной формы модели: поведенческие уравнения и уравнения тождества. Приведенная форма модели. Косвенный метод наименьших квадратов.

Тема 16. Введение в анализ временных рядов.

Общая характеристика временных рядов. Понятие стационарных и нестационарных временных рядов.

Основные компоненты временных рядов. Этапы анализа. Аддитивная и мультипликативная модели временного ряда. Моделирование тренда, сезонных и циклических колебаний.

Классы динамических моделей. Автокорреляция уровней ряда динамики.

Тема 17. Моделирование тренда и сезонной компоненты в аддитивных моделях временных рядов

Порядок определения компонентов уровня временного ряда в аддитивной модели. Сглаживание уровней ряда динамики методом скользящей средней. Выделение тренда методом аналитического сглаживания. Выделение компонент временного ряда. Использование модели для прогнозирования.

Тема 18. Моделирование тренда и сезонной компоненты в мультипликативных моделях временных рядов

Порядок определения компонентов уровня временного ряда в мультипликативной модели. Сглаживание уровней ряда динамики методом скользящей средней. Выделение тренда методом аналитического сглаживания. Выделение компонент временного ряда. Использование модели для прогнозирования.

Тема 19. Стационарные временные ряды

Понятие стационарного временного ряда. Характеристики стационарного временного ряда. Виды тестов на стационарность временного ряда. Параметрические тесты стационарности временного ряда. Непараметрические тесты на стационарность временного ряда.

Тема 20. Динамические эконометрические модели с распределенным лагом

Понятие динамической модели с распределенным лагом. Оценка параметров модели с конечным числом лагов. Основные формы структуры лага. Лаги Алмон. Оценка моделей с бесконечным числом лагов. Метод Койка.

Тема 21. Модели адаптивных ожиданий и частичной корректировки

Область применения моделей адаптивных ожиданий. Коэффициент адаптивных ожиданий. Модель Ф. Кейгана. Модели частичной корректировки. Определение долгосрочного ожидаемого значения результативного показателя.

5.2 Разделы и темы дисциплины и виды занятий (технологическая карта)

№ п/п	Темы	Всего часов	Аудиторные занятия		Самост. работа
			лекции	семин. занятия	
СЕМЕСТР 7					
1	Предмет эконометрики и ее основное содержание	6	2	2	2
2	Методология эконометрики	6	2	2	4
3	Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции	6	2	2	4
4	Точечные и интервальные оценки параметров уравнения регрессии	8	2	4	4
5	Проверка качества уравнения регрессии	6	2	2	4
6	Нелинейная регрессия	8	2	4	4
7	Множественный регрессионный анализ. Мультиколлинеарность	8	2	2	6
8	Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии и значимости модели	12	2	4	8
9	Показатели связи при множественной регрессии	10	2	2	8
10	Проверка качества модели множественной регрессии и использование ее для прогноза	10	1	2	8
11	Проблемы спецификации моделей множественной регрессии	10	1	2	8
12	Проверка наличии гетероскедастичности	8	1	2	6
13	Автокорреляция остатков	10	1	4	6
14	Регрессионные модели с фиктивными переменными	8	1	2	6
15	Системы одновременных уравнений	8	1	2	6
16	Введение в анализ временных рядов.	8	1	2	6
17	Моделирование тренда и сезонной компоненты в аддитивных моделях	10	1	2	6

	временных рядов				
18	Моделирование тренда и сезонной компоненты в мультипликативных моделях временных рядов	8	1	2	6
19	Стационарные временные ряды	10	1	2	6
20	Динамические эконометрические модели с распределенным лагом	10	1	2	6
21	Модели адаптивных ожиданий и частичной корректировки	10	1	2	6
Итого:		**180**	**30**	**50**	**100**
Форма контроля:		**экзамен**			

5.3 Практические занятия и семинары

Тема 1. Предмет эконометрики и ее основное содержание (6 часов)

Контрольные вопросы

1. Определите основные этапы развития эконометрики.
2. Когда возникли эконометрическое общество и журнал «Эконометрика».
3. На основе развития каких трех наук образовалась эконометрика?
4. Назовите факторы развития эконометрики в 70-е годы XX века.
5. Определите, что такое эконометрика?
6. Какую роль имеют в эконометрическом исследовании экономическая теория, экономическая статистика и математическая статистика?
7. Дайте определение математико-статистического инструментария.
8. Что такое модель?
9. Виды моделей в зависимости от стоящих перед исследователем целей.
10. Дайте определение эконометрических моделей.
11. Что является главной задачей эконометрики?
12. Какие задачи различают в зависимости от прикладных целей эконометрического исследования и по уровням иерархии?
13. Определите предмет эконометрики.

Задание 1.1

Эконометрика возникла:
а) в начале XIX века;
б) в начале XX века;
в) в середине XIX века;
г) в середине XX века;
д) в конце XIX века;
е) в конце XX века.

Задание 1.2

Эконометрическое общество образовалось:
а) в начале XIX века;
б) конце в начале XIX века;
в) в 1830 г.;
г) в 1930 г.;
д) в конце XX века.
е) в 1970 г.

Задание 1.3

Журнал «Эконометрика впервые был издан :

а) в 1933 г.;

б) в 1930 г.;
в) в 1941 г.;
г) 1970 г.

Задание 1.4

Эконометрика – это наука:

а) изучающая измерения в экономике;

б) исследующая качественное содержание и количественное выражение экономических явлений и процессов;

в) разрабатывающая приемы и методы количественного выражения качественным закономерностям, выявленным экономической теорией.

Задание 1.5

Эконометрика – это наука, изучающая:

а) проверку гипотез о свойствах экономических показателей;

б) эмпирический вывод экономических законов;

в) построение экономических моделей;

г) закономерности и взаимозависимости в экономике методами математической статистики.

Задание 1.6

Определите, относится ли к задачам эконометрики:

а) построение математических моделей на основе статистических данных для эмпирического анализа.

б) прогноз экономического развития на основе статистических данных.

в) модельное количественное описание общих абстрактных экономических законов.

г) разработка математико-статистического инструментария.

Задание 1.7

Определите, относится ли к задачам эконометрики:

а) изучение качественного содержания экономических явлений;

б) модельное количественное описание конкретных экономических взаимосвязей и ситуаций;

г) прогноз экономического развития на основе на основе анализа данных.

Задание 1.8

Эконометрический анализ служит основой для:

а) построения эконометрических моделей;

б) экономического анализа и прогнозирования;

в) эмпирического вывода качественного анализа экономических законов;

г) проверки гипотез о свойствах экономических показателей.

Задание 1.9

При идентификации модели производится … модели

а) проверка адекватности;

б) оценка параметров;

в) статистический анализ;

г) статистический анализ и оценка параметров.

Тема 2. Методология эконометрики (6 часов)

Задание 2.1

Проверка адекватности оцененной модели осуществляется на:

а) четвертом этапе эконометрического моделирования;

б) третьем этапе эконометрического моделирования;

в) шестом этапе эконометрического моделирования;

г) пятом этапе эконометрического моделирования.

Задание 2.2

Выборка экзогенных и эндогенных переменных для построения модели формируется на:

а) первом этапе эконометрического моделирования;
б) шестом этапе эконометрического моделирования;
в) втором этапе эконометрического моделирования;
г) третьем этапе эконометрического моделирования;
д) четвертом этапе эконометрического моделирования.

Задание 2.3

Оптимальный прогноз значения эндогенной переменной может быть построен после:

а) шестого этапа эконометрического моделирования;
б) третьего этапа эконометрического моделирования;
в) пятого этапа эконометрического моделирования;
г) четвертого этапа эконометрического моделирования.

Задание 2.4

При идентификации модели производится:

а) проверка адекватности модели;
б) оценка параметров модели;
в) статистический анализ модели;
г) статистический анализ и оценка параметров модели.

Задание 2.5

Эндогенными считаются переменные, значения которых определяются:

а) внутри модели;
б) константами;
в) предпосылками модели;
г) вне модели.

Задание 2.6

Экзогенными считаются переменные, значения которых определяются:

а) внутри модели;
б) константами;
в) предпосылками модели;
г) вне модели.

Задание 2.7

Датирование переменных модели предназначено для:

а) отражения влияния экзогенных переменных;
б) отражения влияния неучтенных факторов;
в) отражения влияния фактора времени;
г) отражения влияния эндогенных переменных.

Задание 2.8

Датирование переменных модели осуществляется на этапе построения модели:

а) первом;
б) четвертом;
в) втором;
г) третьем.

Задание 2.9

Количество предопределенных переменных может быть:

а) равно количеству случайных возмущений;
б) обязательно совпадает с числом уравнений;
в) может быть любым;
г) равно количеству эндогенных переменных.

Задание 2.10.

Пространственные данные – это данные, полученные от:

а) одного объекта, относящиеся к одному моменту времени;

б) одного объекта, относящиеся к разным моментам времени;

в) разных однотипных объектов, относящихся к одному и тому же моменту времени;

г) разных однотипных объектов, относящихся к разным моментам времени.

Задание 2.11

Для качественных признаков используются:

а) фиктивные переменные;

б) инструментальные переменные;

в) замещающие переменные;

г) лаговые переменные.

Задание 2.12

Определите верные утверждения:

а) статистической называется зависимость, при которой изменение одной из величин влечет за собой изменение распределения другой переменной;

б) функциональной является зависимость, при которой изменение одной переменной нестрого соответствует изменению другой переменной;

в) линейное уравнение регрессии является линейной функцией относительно входящих в него переменных;

д) корреляционной является такая зависимость, при которой изменению одной переменной строго соответствует изменение другой переменной.

Задание 2.13

Статистической зависимостью называется:

а) связь переменных, на которую накладывается воздействие случайных факторов;

б) точная формула, связывающая переменные;

в) любая связь переменных;

г) связь переменных без учета воздействия случайных факторов.

Задание 2.14

Укажите, между какими показателями, с вашей точки зрения, можно ожидать наличие зависимости:

а) ВВП и объем чистого экспорта;

б) объем инвестиций и процентная ставка;

в) расходы на оборону и расходы на образования;

г) оценки в школе и оценки в университете.

д) объем импорта и доход на душу населения в стране.

Тема 3. Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции (6 часов)

Задание 3.1

Методами спецификации эконометрической модели являются:

а) балансовый;

б) графический;

в) аналитический;

г) механический.

Задание 3.2

Определите верные утверждения:

а) в регрессионной модели объясняющая переменная называется эндогенной переменной;

б) ошибка в регрессионной модели учитывает влияние других факторов, не вошедших в модель, случайные ошибки и особенности измерения;

в) фиктивные переменные отражают количественные признаки;

г) результативный признак в регрессионной модели является объясняемой переменной.

Задание 3.3

Определите верные утверждения:

а) уравнение регрессии характеризует зависимость между переменными, которая проявляется как закономерность лишь в среднем в целом по совокупности наблюдений;

б) ошибка уравнения регрессии является случайной величиной, характеризующей отклонения фактического значения результативного признак от теоретического значения, найденного по уравнению;

в) коэффициент регрессии *y* на *x* и коэффициент корреляции r_{yx} имеют разные знаки (+, -).

Задание 3.4

Мерой тесноты связи для линейной формы связи является:

а) индекс корреляции;

б) коэффициент корреляции;

в) коэффициент детерминации;

г) коэффициент регрессии.

Задание 3.5

В каких пределах изменяется парный коэффициент корреляции?

а) $0 \le c_{xy} \le 1$;

б) $-1 \le c_{xy} \le 1$;

в) $-\infty \le c_{xy} \le \infty$;

г) $0 \le c_{xy} \le \infty$.

Задание 3.6

Парный коэффициент корреляции между x и y равен 1. Это означает:

а) наличие нелинейной функциональной зависимости;

б) отсутствие связи;

в) наличие функциональной связи;

г) отрицательную линейную связь.

Задание 3.7

Парный коэффициент корреляции между x и y равен -0,85. Это означает:

а) наличие функциональной связи;

б) наличие нелинейной функциональной зависимости;

в) отрицательную линейную связь;

г) отсутствие связи.

Задание 3.8

Коэффициент детерминации между x и y характеризует:

а) долю дисперсии y, обусловленную влиянием не входящих в модель факторов;

б) долю дисперсии y, обусловленную влиянием x;

в) долю дисперсии x, обусловленную влиянием не входящих в модель переменных;

г) направление зависимости между x и y.

Задание 3.9

Эластичность функции y=f (x) исчисляется как … изменению x:

а) относительное изменение y к относительному

б) относительное изменение y к

в) y к относительному

г) изменению y к

Задание 3.10

Все точки наблюдения лежат на регрессионной прямой, если:

а) $R^2 = 1$;

б) $R^2 < 1$;
в) $R^2 = 0$;
г) $R^2 > 0$.

Задание 3.11

Проверьте линейность связи между расстоянием и временем нахождения в пути автомобилей двумя методами.

№ автомобиля	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Расстояние, км	3,5	2,4	4,9	4,2	3,0	1,3	1,0	3,0	1,5	4,1
Время в пути, мин.	16	13	19	18	12	11	8	14	9	16

Задание 3.12

На основании 10 наблюдений выяснено, что выборочная доля дисперсии случайной величины y, вызванной вариацией x, составит 81. Чему равен выборочный коэффициент корреляции:

а) 0,81;
б) 0,19;
в) 0,9;
г) 0,9 или –0,9.

Задание 3.13

В следующей выборке представлены данные по цене *p* некоторого блага и количеству *q* данного блага, приобретаемому домохозяйством ежемесячно в течение года.

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p	10	20	15	25	30	35	40	35	25	40	45	40
q	110	75	100	80	60	55	40	80	60	30	40	30

1) постройте поле корреляции и по его виду определите форму зависимости между *p* и *q*;

2) оцените параметры парной линейной регрессии количества покупаемого блага и цены;

3) определите оценку линейного коэффициента корреляции.

Задание 3.14

Определите верные утверждения:

а) в регрессионной модели коэффициент регрессии стоит при объясняющей переменной;

б) парная линейная регрессионная модель имеет слабую практическую значимость, так как любая экономическая переменная зависит не от одного, а от многих факторов;

в) суть метода МНК состоит в минимизации суммы квадратов отклонений фактических значений результативного признака от значений, исчисленных по уравнению регрессии;

г) МНК удобен тем, что нахождение оценок коэффициентов регрессии сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений.

Задание 3.15

Какой коэффициент указывает в среднем процент изменения результативного показателя y при увеличении аргумента x на 1%:

а) в–коэффициент;
б) коэффициент эластичности;
в) коэффициент детерминации;
г) коэффициент регрессии.

Задание 3.16

Уравнение регрессии имеет вид э = 6,3 – 1,5 х. На сколько единиц своего измерения в среднем изменится у при увеличении х на одну единицу своего измерения;

а) увеличится на 1,5;

б) не изменится;

в) уменьшится на 1,5;

г) увеличится на 6,3.

Задание 3.17

Как интерпретируются параметры уравнения регрессии $y_t = -30 + 0.18\, x_t$

где y_t – расходы на оплату жилья;

x_t –доход домашних хозяйств;

t – порядковый номер года.

Задание 3.18

По наблюдениям за 150 фирмами в отрасли стремятся построить регрессионную модель $y = a + bx + e$ и оценить параметры по МНК. Здесь х – прибыль фирм, у – затраты на обновление основного капитала. Если прибыль всех фирм будет одинаковой, возможно ли построение уравнения регрессии :

а) да;

б) нет;

в) возможно при определенных условиях.

Задание 3.19

Имеются данные о расходах на потребление (у) и располагаемых доходах (х) в условной национальной экономике в течение 12 лет – с 1993 г. по 2004 г., у. д.е.:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	102	119	132	155	170	182	197	209	218	238	249	261
x_t	130	149	157	179	197	209	218	227	235	256	270	295

Изобразите графически зависимость y от x и определите:

а) есть ли линейная зависимость y от x;

б) если есть зависимость, определите ее направление;

в) представьте в общем виде эконометрическую модель данной зависимости и экономически интерпретируйте ее параметры.

Задание 3.20

По 10 наблюдениям получены следующие данные:

$\sum x_i = 1700$; $\sum y_i = 110$; $\sum x_i y_i = 204\,400$; $\sum x_i^2 = 316\,000$; $\sum y_i^2 = 135\,000$.

Предполагая, что предпосылки МНК выполнены, оцените:

а) параметры a и b линейного уравнения парной регрессии;

б) коэффициент детерминации.

Задание 3.21

Величина var (y) – это дисперсия:

а) наблюдаемых значений независимой переменной;

б) расчетных значений зависимой переменной;

в) наблюдаемых значений зависимой переменной.

Задание 3.22

Коэффициент детерминации R^2 характеризует долю вариации переменной… с помощью уравнения регрессии:

а) зависимой, необъясненную;

б) зависимой, объясненную;

в) независимой, необъясненную;

г) независимой, объясненную.

Тема 4. Точечные и интервальные оценки параметров уравнения регрессии (8 часов)

Задание 4.1

Характеристики выборочной совокупности принято называть:

а) коэффициентами;

б) оценками;

в) показателями;

г) параметрами.

Задание 4.2

Если наблюдаемое значение критерия больше критического значения, то гипотеза:

а) H_1 отвергается;

б) H_0 отвергается;

в) H_1 принимается;

г) H_0 принимается.

Задание 4.3

Согласно методу наименьших квадратов в качестве оценок параметров $в_0$ и $в_1$ следует использовать такие значения b_0 и b_1, которые минимизируют сумму квадратов отклонений:

а) фактических значений зависимой переменной от ее среднего значения;

б) фактических значений объясняемой переменной от ее среднего значения;

в) расчетных значений зависимой переменной от ее среднего значения;

г) фактических значений зависимой переменной от ее расчетных значений.

Задание 4.4

Свойствами оценок уравнения регрессии являются:

а) случайный характер оценок параметров уравнения регрессии;

б) состоятельность оценок;

в) автокорреляция оценок;

г) несмещенность оценок;

д) оптимальность оценок.

Задание 4.5

Несмещенная оценка θ^* называется эффективной, если

а) дает точное значение для большой выборки;

б) имеет минимальную дисперсию по сравнению с другими выборочными оценками;

в) ее математическое ожидание равно оцениваемому параметру θ;

г) дает точное значение для малой выборки.

Задание 4.6

Уровнем значимости называется вероятность того, что будет… гипотеза

а) принята правильная конкурирующая;

б) отвергнута правильная нулевая;

в) отвергнута правильная конкурирующая;

г) принята правильная нулевая.

Задание 4.7

По данным задания 3.13 определить интервальные оценки параметров уравнения регрессии и коэффициента корреляции.

Задание 4.8

По данным задания 3.19 определить интервальные оценки параметров уравнения регрессии и коэффициента корреляции.

Задание 4.9

По 15 наблюдениям получены следующие данные:

$\sum x_i = 713$; $\sum y_i = 565$; $\sum(y_i - \hat{y})^2 = 777{,}191564$; $\sum(x_i - x)^2 = 563{,}627$.

Оценка уравнения регрессии имеет вид: $\hat{y} = -29{,}7596 + 1{,}416090\,x$

1) определите стандартную ошибку коэффициента регрессии, свободного члена и коэффициента корреляции;
2) определите при уровне значимости α=0,05 интервальные оценки коэффициента регрессии

Задание 4.10

По данным 15-летних наблюдений построена регрессионная модель ВВП, млрд. дол:

$ВВП_t = -787.4723 + 8.0863\,M_{1t} + e_t$,

Где t – годы (1,2 …15);

M_{1t} – денежная масса

Коэффициент детерминации $R^2 = 0.9912$, стандартная ошибка коэффициента регрессии $m_b = 0.2197$, t-статистика свободного члена = 10,0.

Определить стандартную ошибку свободного члена.

Задание 4.11

На основе анализа зависимости объема потребления домохозяйств (y) от располагаемого дохода (x) за 12 месяцев была получена модель парной линейной регрессии $y = 3{,}699 + 0{,}9339\,x$ и линейный коэффициент корреляции $r_{yx} = 0.9914$. Для расчета были использованы следующие данные:

$\sum x_i = 1503$; $\sum y_i = 1448$; $\sum x_i^2 = 190617$; $\sum xy_i = 183577$; $\sum y_i^2 = 176834$; $\Sigma(x_i - x)^2 = 2366{,}25$, $\sum(y_i - \hat{y})^2 = 35{,}3$

Определить:

1) стандартные ошибки свободного члена, коэффициента регрессии и коэффициента корреляции;
2) интервальные оценки свободного члена, коэффициента регрессии и коэффициента корреляции.

Тема 5. Проверка качества уравнения регрессии (6 часов)

Задание 5.1

К предпосылкам МНК относятся следующие условия:

а) равенство средней величины остатков нулю;

б) неслучайный характер остатков;

в) гетероскедастичность остатков;

д) отсутствие автокорреляции остатков.

Задание 5.2

Предположение о нормальности распределения случайного члена необходимо для:

а) расчета параметров регрессии;

б) проверки значимости коэффициента детерминации;

в) проверки значимости параметров регрессии и для их интервального оценивания;

г) расчета коэффициента детерминации.

Задание 5.3

Определите верные утверждения:

а) предпосылки МНК являются обязательным условием построения линейной регрессионной модели;

б) теоретическим основанием применения МНК является теорема Гаусса-Маркова;

в) оценки коэффициентов регрессии будут иметь нормальное распределение, если случайные отклонения распределены нормально;

г) в любой линейной регрессионной модели, построенной по МНК, справедлива формула $\Sigma e_i = 0$.

Задание 5.4

Статистическим критерием называют случайную величину, которая служит для проверки гипотезы:

а) зависимости случайных величин, вычисленных по данным выборки;

б) о независимости случайных величин;

в) конкурирующей;

г) нулевой.

Задание 5.5

Критические точки определяются по:

а) определенным формулам;

б) таблицам известного распределения выбранного критерия;

в) выборке;

г) графикам распределения.

Задание 5.6

Постоянство дисперсии случайного члена для всех наблюдений называется:

а) корреляцией;

б) гомоскедастичностью;

в) ковариацией;

г) гетероскедастичностью.

Задание 5.7

Зависимость дисперсии случайного члена от номера наблюдений называется:

а) ковариацией;

б) гетероскедастичностью;

в) корреляцией;

г) гомоскедастичностью.

Задание 5.8

Статистическая значимость коэффициента регрессии проверяется на основе:

а) F-статистики;

б) распределения хи-квадрата;

в) t-статистики;

г) показательного распределения.

Задание 5.9

Средняя ошибка аппроксимации показывает:

а) среднее отклонение фактических значений от их средней величины;

б) отклонение фактических значений результативного признака от теоретического значения, найденного по уравнению регрессии;

в) средний процент квадрата отклонений фактических значений результативного признака от теоретических значений, найденных по уравнению регрессии;

г) средний процент отклонений фактических значений результативного признака от теоретических значений, найденных по уравнению регрессии.

Задание 5.10

Имеются данные о зависимости усушки формового хлебы от продолжительности хранения:

Продолжительность хранения, час	1	3	6	8	10
Усушка в % к весу горячего хлеба	1,6	2,4	2,8	3,2	3,3

Предполагая, что уравнение регрессии имеет вид $y = a + bx$ требуется:

а) найти оценки параметров a и b и остаточной дисперсии;

б) проверить при б = 0,05 значимость уравнения регрессии, свободного члена и коэффициента регрессии;

в) оценить качество модели с помощью средней ошибки аппроксимации.

Задание 5.11

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при следующих данных:

а) $r_{xy} = -0.46$, $n = 60$, $\alpha = 0.01$ при альтернативной гипотезе H1: $\rho_{xy} < 0$;

б) $r_{xy} = 0,2$, $n = 45$, $\alpha = 0.05$ при альтернативной гипотезе H1: $\rho_{xy} \neq 0$;

в) $r_{xy} = -0.35$, $n = 100$, $\alpha = 0.01$ при альтернативной гипотезе H1: $\rho_{xy} \neq 0$.

Задание 5.12

Оцените качество уравнения регрессии задания 3.19 с помощью коэффициента детерминации и средней ошибки аппроксимации и г) определить прогноз расходов на потребление при приросте доходов на 5%, 10% и 20%.

Задание 5.13

По условиям задачи 5.10 определить точечные и интервальные оценки прогноза процента усушки хлеба при увеличении продолжительности хранения до 11, 12, 13 и 14 часов.

Тема 6. Нелинейная регрессия (8 часов)

Задание 6.1

Определить, какие из перечисленных ниже функций нелинейны по объясняемым переменным: нелинейны по оцениваемым параметрам, внутренне нелинейны.

1. $y = a + b x^2 + e$,
2. $y = a + b \ln x + e$,
3. $\ln y = a + b \ln x + e$,
4. $y = a + b x^c + e$,
5. $y^a = b + c x^2 + e$,
6. $y = 1 + a(1 - x^b) + e$,
7. $y = a + b x/10 + e$.

Задание 6.2

Для оценки параметров производственной функции Кобба-Дугласа

$Q = A*R^б * L^в$ необходимо произвести :

а) экспоненциальное преобразование данных;

б) степенное преобразование данных;

в) тригонометрическое преобразование данных;

г) логарифмическое преобразование данных.

Задание 6.3

Нелинейность регрессии по переменным устраняется путем:

а) замены переменных;

б) логарифмического преобразования;

в) экспоненциального преобразования;

г) тригонометрического преобразования.

Задание 6.4

Для оценки параметров производственной функции Кобба-Дугласа с помощью модели множественной линейной регрессии необходимо произвести … преобразование переменных:

а) экспоненциальное;
б) степенное;
в) тригонометрическое;
г) логарифмическое.

Задание 6.5

Выберите вариант правильного ответа.

а) регрессионная модель является линейной относительно коэффициентов, если выполняются четыре условия:

- коэффициенты модели находятся в первой степени;
- переменные могут быть в любой степени и иметь любые математические преобразования;
- коэффициенты модели не являются степенью по отношению к другим коэффициентам или переменной;
- модель должна быть аддитивной.

б) если условия линейности нарушаются, то она называется нелинейной относительно коэффициентов;

в) регрессионная модель является линейной относительно переменных, если выполняются условия:

- переменные находятся в первой степени;
- модель должны быть аддитивной.

Задание 6.6

Мерой тесноты связи для нелинейной формы связи является:
а) коэффициент регрессии.
б) коэффициент ковариации;
в) коэффициент корреляции;
г) индекс корреляции.

Задание 6.7

Имеются данные о возрасте оборудования x (лет) и затратах на его ремонт y (тыс. руб.) по 10 предприятиям:

№ предприятия	x	y
1	4	1,5
2	5	2,0
3	5	1,4
4	6	2,3
5	8	2,7
6	10	4,0
7	8	2,3
8	7	2,5
9	11	6,6
10	6	1,7

1) Для характеристики зависимости y от x рассчитать параметры следующих функций:

а) линейной;

б) степенной;

в) показательной;

г) равносторонней гиперболы.

2) оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации и критерий Фишера.

Задание 6.8

Имеются данные о численности продавцов (x, чел.) и месячном объеме оборота розничной торговли (y, тыс.. руб.) по 11 магазинам:

№ магазина	Численность продавцов, чел.	Оборот розничной торговли, тыс. руб.
1	1	0,95
2	2	1,8
3	3	2,1
4	4	2,9
5	5	4,2
6	6	5
7	7	6,7
8	8	6,5
9	9	6,8
10	10	6,75
11	11	6,9

1. Для характеристики зависимости месячного объема розничной торговли от численности продавцов рассчитайте параметры следующих функций:

а) линейной;

б) степенной;

в) показательной;

г) равносторонней гиперболы.

2. Оценить каждую модель с помощью средней ошибки аппроксимации и F-критерия Фишера.

Тема 7. Множественный регрессионный анализ. Мультиколлинеарность (12 часов)

Задание 7.1

Определите, какие утверждения являются ложными:

а) МНК является наилучшим методом определения коэффициентов множественной регрессии;

б) высокие значения коэффициенты парной корреляции между объясняющими переменными не всегда являются признаками мультиколлинеарности;

в) наличие мультиколлинеарности является препятствием для получения оценок параметров уравнения множественной регрессии;

г) при наличии мультиколлинеарности оценки коэффициентов остаются несмещенными, но их t- статистики будут слишком низкими.

Задание 7.2

Мультиколлинеарность означает:

а) наличие нестрогой линейной зависимости между независимыми переменными;

б) наличие высоких коэффициентов корреляции между результативным и факторным признаками;

в) низкое качество модели;

г) зависимость остатков результативного признака от изменения независимой величины.

Задание 7.3

7.3. Нежелательными последствиями мультиколлинеарности являются:

а) невозможность определить изолированное влияние фактора на результативный показатель;

б) оценки параметров модели имеют неправильные с точки зрения теории знаки;

в) низкий коэффициент детерминации;

г) уменьшаются t-статистики коэффициентов модели.

Задание 7.4

Предполагается, что выпуск продукции Q на предприятии зависит линейно от цены P и заработной платы W. Статистические данные за 16 месяцев занесены в таблицу:

Q	20	35	30	45	60	69	75	90	105	110	120	130	130	1030	135	140
P	10	15	20	25	40	37	43	35	38	55	50	35	40	55	45	65
W	12	10	9	9	8	8	6	4	4	5	3	1	2	3	1	2

Проверить наличие мультиколлинеарности между объясняющими переменными (ценой и заработной платой)

Задание 7.5.

Имеются следующие данные о годовых ставках месячных доходов по трем акциям за шестимесячный период:

Акция	**Доходы по месяцам, %**					
A	5,4	5,3	4,9	4,9	5,4	6,0
B	6,3	6,2	6,1	5,8	5,7	5,7
C	9,2	9,2	9,1	9,0	8,7	8,6

Есть основания предполагать, что доходы (y) по акциям C зависят от доходов по акциям A (x_1) и B (x_2). Необходимо проверить наличие мультиколлинеарности между объясняющими переменными.

Тема 8. Оценка параметров уравнения множественной регрессии и значимости модели

Задание 8.1

Коэффициент регрессии b_1 уравнения множественной регрессии вида $y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + e$ можно определить по формуле:

а) $$b_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1x_2}}{1 - r^2_{x_1x_2}} \bullet \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_1}}$$

б) $$b_1 = \frac{\overline{x_1 y} - \overline{x_1} * \overline{y}}{\sigma_{x_1}^{\ 2}};$$

Задание 8.2

Статистическая значимость коэффициентов множественной линейной регрессии проверяется на основе:

а) F-статистики;
б) распределения хи-квадрат;
в) t-статистики;
г) показательного распределения.

Задание 8.3

Определите верные утверждения:

а) если коэффициент детерминации статистически значим, то статистически значимы все коэффициенты регрессии и наоборот;

б) если R^2=1, то F = 1; если R^2 = 0, то F = 0;

в) скорректированный и обычный коэффициенты детерминации совпадают только в случаях, когда R^2 = 1;

г) значения t-статистики для коэффициентов регрессии во многом определяется числом степеней свободы.

Задание 8.4

Определите верные утверждения:

а) близость к нулю коэффициента детерминации означает его статистическую незначимость;

б) стандартные ошибки коэффициентов регрессии определяются значениями всех коэффициентов регрессии;

в) если R^2 = 0, то F = 0;

г) чем больше число степеней свободы, тем точнее оценки коэффициентов регрессии.

Задание 8.5

По данным задания 7.4:

1) оценить по МНК параметры уравнения регрессии;
2) проверить гипотезы о том, что при прочих равных условиях рост цены товара увеличивает предложение; рост заработной платы снижает предложение;
3) Определить интервальные оценки коэффициентов регрессии при уровне значимости б=0,1.

Задание 8.6

По данным задания 7.5 составить уравнение регрессии у по x_1 и x_2.

Тема 9 Показатели тесноты связи при множественной регрессии (10 часов)

Задание 9.1

Частный коэффициент корреляции между x_1 и x_2 исчисляется по формуле:

а) $$r_{x_1x_2} = \frac{\overline{x_1x_2} - \overline{x_1} * \overline{x_2}}{\sigma_{x_1}\sigma_y};$$

б) $$r_{yx_1} = \frac{r_{12} - r_{13} * r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^{\ 2}\right)\left(1 - r_{23}^{\ 2}\right)}}.$$

Задание 9.2

По данным задания 7.4 определить частные коэффициенты корреляции, стандартные коэффициенты регрессии, множественный коэффициент корреляции, скорректированный коэффициент детерминации.

Задание 9.3

По данным задания 7.5 определить частные коэффициенты корреляции и частные коэффициенты эластичности, множественный коэффициент корреляции, скорректированный коэффициент детерминации.

Тема 10. Проверка качества модели множественной регрессии и использование ее для прогноза (10 часов)

Задание 10.1

По результатам решения задания 7.4 проверить гипотезу о статистической значимости коэффициентов регрессии и оценить общее качество модели.

Задание 10.2

По результатам решения задания 7.5:

1) Оценить значимость множественного коэффициента детерминации и уравнения регрессии на уровне б = 0,05;
2) оценить средний доход по акциям С, если доходы по акциям А и В составили соотвественно5,5 и 6,0%.

Задание 10.3

Имеются следующие данные о выработке литья на одного работающего x_1 (т), браке литья x_2 (%) и себестоимости литья y (руб.) по 25 литейным цехам заводов:

№	x_1	x_2	y	№	x_1	x_2	y	№	x_1	x_2	y
1	14,6	4,2	239	10	25,3	0,9	198	19	17,0	9,3	282
2	13,5	6,7	254	11	56,0	1,3	170	20	33,1	3,3	196
3	21,5	5,5	262	12	40,2	1,8	173	21	30,1	3,5	186
4	17,4	7,7	251	13	40,6	3,3	197	22	65,2	1,0	176
5	44,8	1,2	158	14	75,8	3,4	172	23	22,6	5,2	238
6	111,9	2,2	101	15	27,6	1,1	201	24	33,4	2,3	204
7	20,1	8,4	259	16	88,4	0,1	130	25	19,7	2,7	205
8	28,1	1,4	186	17	16,6	4,1	251				
9	22,3	4,2	204	18	33,4	2,3	195				

1) определить множественный коэффициент детерминации и пояснить его смысл;
2) найти уравнение множественной регрессии y по x_1 и x_2, оценить значимость уравнения и его коэффициентов на уровне б = 0,05;
3) сравнить раздельное влияние на зависимую переменную каждой из объясняющих переменных, используя стандартизованные коэффициенты регрессии и коэффициенты эластичности;
4) найти 95%-ные доверительные интервалы для коэффициентов регрессии, а также для среднего и индивидуальных значений себестоимости 1 т литья в цехах, в которых выработка литья на одного работающего составляет 40 т, а брак литья – 5%.

Задание 10.4

Имеются следующие данные по 15 банкам Японии:

№	Суммарный	Объем	Чистый доход,	Депозиты,

банка	актив, млрд. долл.	вложений акционеров, млрд. долл.	млрд. долл.	млрд. долл.
1	507,2	19,5	352,0	448,1
2	506,6	19,8	187,1	451,0
3	487,8	21,1	375,2	447,9
4	496,0	18,6	287,9	444,3
5	493,6	19,6	444,0	443,2
6	458,9	11,7	462,4	411,7
7	429,3	10,5	459,5	328,6
8	386,9	13,6	511,3	314,7
9	311,5	10,8	328,6	259,4
10	302,2	10,9	350,0	187,7
11	262,0	10,3	298,7	238,5
12	242,4	10,6	529,3	269,4
13	231,9	8,5	320,0	284,0
14	214,3	6,7	502,0	172,3
15	208,4	8,3	194,0	166,4

1) определить результативный и факторные показатели;
2) установите направление вязи между результативным показателем и каждым фактором;
3) постройте множественное уравнение линейной регрессии с тремя факторами;
4) определите интервальные оценки параметров эконометрической модели;
5) оцените значимость уравнения регрессии;
6) проверьте качество модели;
7) осуществите прогноз результативного показателя по трем заданным значениям трех факторов;
8) исчислите коэффициенты парной корреляции и проверьте наличие мультиколлинеарности факторов;
9) при наличии мультиколлинеарности постройте модель линейной регрессии, исключающую мультиколлинеарные факторы;
10) осуществите операции, изложенные в пунктах 4-7, с новой моделью;
11) сравните прогнозные оценки, полученные по второй и первой модели;
12) сделайте выводы.

Тема 11. Проблемы спецификации модели множественной регрессии (10 часов)

Задание 11.1

Признаками хорошей эконометрической модели являются:

а) отсутствие автокорреляции остатков;

б) согласованность с теорией;

в) простота модели по сравнению с другой моделью, примерно одинаково отображающей статистическую зависимость;

г) гомоскедастичность остатков.

Задание 11.2

Обнаружение несущественной переменной в эконометрической модели определяется с помощью:

а) низкого коэффициента корреляции независимой переменной с зависимой переменной;

б) низкой t–статистики;

в) низкого коэффициента детерминации;

г) значения F-критерия ниже табличного.

Задание 11.3

Если в модель присутствует переменная, которая не должна быть включена, то оценки коэффициентов регрессии являются:

а) несмещенными и эффективными;

б) несмещенными и неэффективными;

в) смещенными и неэффективными

г) смещенными, но эффективными;

Задание 11.4

По 40 точкам оценена следующая модель производственной функции:

y = 0,6 + 0,46 l + 0.32 k, R2 = 0.75; DW = 2.45,

t = (2,6) (0,75) (1,81)

где y, l, k – темпы прироста объема выпуска, затрат труда и капитальных вложений соответственно.

Какие из следующих выводов представляются вам верными:

а) нужно ввести новую объясняющую переменную, так как доля объясненной дисперсии слишком мала;

б) имеет место автокорреляция остатков первого порядка, поэтому нужно изменить формулу зависимости;

в) нужно исключить фактор l, так как он оказался статистически не значимым;

г) в моделе не учтена важная объясняющая переменная - научно-технический прогресс. Ее необходимо включить;

д) модель имеет удовлетворительные статистики, поэтому нет смысла ее совершенствовать.

Какие изменения можно ожидать в результате предложенного вами преобразования.

Задание 11.5

Имеются статистические данные по темпам прироста заработной платы (y), производительности труда (x_1) и уровню инфляции (x_1) за 20 лет:

t	y	x_1	x_1	t	y	x_1	x_1
1	6,0	2,8	3,0	11	12,0	5,0	6,1
2	8,9	63	31	12	12,5	2,3	6,9
3	9,0	4,5	3,8	13	8,5	1,5	7,1
4	7,1	3,1	3,8	14	5,9	6,0	3,1
5	3,2	1,5	1,1	15	6,8	2,9	3,7
6	6,5	7,6	2,3	16	5,6	2,8	3,9
7	9,1	6,7	3,6	17	4,8	2,6	3,9
8	14,6	4,2	7,5	18	6,7	0,9	4,8
9	11,9	2,7	8,0	19	5,5	0,6	4,3
10	9,,4	3,5	6,3	20	4,0	0,7	4,8

1) по методу наименьших квадратов постройте уравнение регрессии

$y_t = b_0 + b_1x_{1t} + b_2x_{2t} + e_t$;

2) оценить качество построенной модели, включая проверку наличия автокорреляции и гетероскедастичности;

3) по МНК построить уравнение регрессии

$y_t = c_0 + c_1x_{1t-1} + c_2x_{2t-1} + v_t$, учитывая, что $x_{10} = 3.5$; $x_{20} = 4.5$;

4) оцените качество построенного уравнения;
5) сравните построенные модели. Какая из них предпочтительнее и почему?

Тема 12. Проверка наличия гетероскедастичности (8 часов)

Задание 12.1

Проверка наличия гетероскедастичности остатков осуществляется с помощью методов:

а) графическое изображение остатков;
б) исчисление критерия Дарбина-Уотсона;
в) применение параметрического теста Гольдфельда-Квандта;
г) Оркулта-Кокроуна.

Задание 12.2

Какие из следующих утверждений верны:

а) вследствие гетероскедастичности оценки параметров регрессии перестают быть эффективными;
б) при гетероскедастичности остатков оценки параметров регрессии остаются несмещенными;
в) при наличии гетероскедастичности выводы по t- и F- статистикам являются ненадежными;
г) не существует общего теста для анализа гетероскедастичности.

Задание 12.3

Применение взвешенного МНК приводит к:

а) тем же дисперсиям оценок, что и обычный МНК;
б) уменьшению дисперсий оценок по сравнению с обычным МНК;
в) увеличению дисперсий оценок по сравнению с обычным МНК;
г) некорректности решения.

Задание 12.4

Для предприятий некоторой отрасли анализируют заработную плату (y) сотрудников в зависимости от масштаба (количества сотрудников предприятия) x. Наблюдения по 30 случайно отобранным предприятиям представлены следующей таблицей:

x	y					
100	75,5	75,5	77,5	78,5	80,0	81,0
200	80,5	82,0	84,5	85,0	85,5	86,5
300	85,5	88,5	90,0	91,0	95,0	96,0
400	93,0	93,5	97,5	99,0	102,5	105,0
500	102,0	105,5	107,0	110,5	115,0	1218,5

1) проверить наличие гетероскедастичности, используя метод Гольдфельда-Квандта;
2) если предположить, что гетероскедастичность имеет место и дисперсия отклонений при j-том значении x будет в Ki раз отличаться от

дисперсии остатка при i-том значении фактора, то какое преобразование Вы предложите , чтобы получить несмещенные, эффективные и состоятельные оценки коэффициента регрессии.

Тема 13. Автокорреляция остатков (10 часов)

Задание 13.1

Сущность обобщенного метода наименьших квадратов заключается:

а) в расчете оценок МНК по преобразованным первичным данным при наличии гетероскедастичности или автокорреляции остатков;

б) в последовательном расчете оценок параметров уравнения регрессии и дальнейшем их обобщении;

в) в обобщении полученных оценок параметров уравнения регрессии за ряд лет.

Задание 13.2

Критерий Дарбина-Уотсона позволяет проверить :

а) наличие гетероскедастичности остатков;

б) наличие гомоскедастичности остатков;

в) наличие автокорреляции остатков.

Задание 13.3

Проверка наличия автокорреляции остатков осуществляется с помощью методов:

а) Оркулта-Кокроуна;

б) графического изображения остатков;

в) применение параметрического теста Гольдфельда-Квандта;

г) исчисление критерия Дарбина-Уотсона.

Задание 13.4

Какие из следующих утверждений верны:

а) при наличии автокорреляции остатков оценки параметров регрессии остаются линейными;

б) не существует общего теста для анализа автокорреляции остатков;

в) для использования статистики Дарбина-Уотсона статистические данные должны иметь одинаковую периодичность;

г) при автокорреляции остатков оценки параметров уравнения регрессии оказываются заниженными.

Задание 13.5

Имеются следующие статистические данные о внешнеторговом обороте РФ за 2001-2003 годы, млрд. долл. США:

Месяцы	2001г.		2002г.		2003г.	
	Экспорт	Импорт	Экспорт	Импорт	Экспорт	Импорт
Январь	8,4	3,2	6,7	3,7	9,6	4,7
Февраль	8,2	3,7	6,7	4,0	9,9	5,2
Март	8,9	4,3	8,5	4,7	11,6	6,0
Апрель	8,5	4,4	9,5	5,1	10,2	6,2

Май	8,5	4,6	8,6	4,7	10,5	5,9
Июнь	9,2	4,7	8,2	5,0	11,1	6,1
Июль	8,1	4,4	9,3	5,5	11,4	6,7
Август	9,0	4,6	10,0	5,1	12,0	6,4
Сентябрь	8,5	4,2	9,7	5,1	11,6	6,5
Октябрь	8,0	4,8	9,9	5,9	12,6	7,1
Ноябрь	8,4	5,1	9,3	5,7	11,5	6,8
Декабрь	8,2	5,7	11,0	6,5	14,0	8,5

1) по месячным данным за 4 года проанализировать зависимость между экспортом и импортом.;
2) построить уравнение регрессии импорта на экспорт;
3) проверить качество построенной модели на основе t-статистики и коэффициента детерминации R^2;
4) вычислить значения статистики DW Дарбина-Уотсона и на ее основе проанализировать наличие автокорреляции;
5) на основе полученных результатов сделать вывод, отвергается ли гипотеза о положительной зависимости между объемами экспорта и импорта;
6) по этим же статистическим данным построить регрессию приращения импорта на приращение экспорта;
7) каково значение DW для построенного уравнения и какой вывод из этого следует?

Тема 14. Регрессионные модели с фиктивными переменными (8 часов)

Задание 14.1

Фиктивными переменными называются:
а) ложная переменная;
б) несуществующая переменная;
в) качественная переменная, имеющая два противоположных значения;
г) нечисловые переменные, кодируемые бинарным кодом.

Задание 14.2

Регрессионные модели с фиктивными переменными могут содержать:
а) только количественные, в том числе нереальные характеристики;
б) только качественные объясняющие переменные;
в) количественные и качественные переменные.

Задание 14.3

При нескольких вариантах значений фиктивных переменных в регрессионную модель включается:

а) то же количество фиктивных переменных, что и число вариантов их значений;
б) количество фиктивных переменных на 1меньше, чем число вариантов их значений;
в) количество фиктивных переменных на 1больше, чем число вариантов их значений.

Задание 14.4

Необходимо исследовать зависимость между результатами вступительных и курсовых экзаменов по математике на первом курсе. Получены следующие данные о числе решенных задач на вступительных экзаменах x (задание состоит из 14 задач) и курсовых экзаменах y (задание состоит из 10 задач) 12 студентов, а также распределение этих студентов по фактору пол:

№ студента	Пол студента	Число решенных задач	
		X	y
1	Муж.	14	9
2	Жен.	10	7
3	Муж.	12	7
4	Жен.	12	8
5	Жен	10	7
6	Муж.	11	10
7	Жен.	10	6
8	Муж.	11	7
9	Муж.	13	10
10	Жен.	10	7
11	Муж.	9	5
12	Жен..	11	6

Построить линейную регрессионную модель y по x с использованием фиктивной переменной по фактору «пол». Можно ли считать, эта модель одна и та же для юношей и девушек?

Тема 15. Системы одновременных уравнений (8 часов)

Задание 15.1

Какие из следующих утверждений верны:

а) система одновременных уравнений содержит уравнения, содержащие как собственные, так и повторяющиеся из уравнения в уравнение переменные;

б) МНК редко используется для оценки коэффициентов структурных уравнений систем одновременных уравнений, так как существуют методы получения более качественных оценок;

в) уравнения (системы одновременных уравнений), в которых отражена схема определения эндогенных переменных в зависимости только от экзогенных переменных, называется уравнениями структурной формы;

г) коэффициенты в приведенной форме уравнений системы одновременных уравнений заданы заранее.

Задание 15.2

Если структурный коэффициент можно вычислить несколькими способами на основе приведенных коэффициентов, то он называется:

а) не идентифицируемым;

б) условным;

в) сверх идентифицируемым;

г) строго идентифицируемым.

Задание 15.3

Если оцененные коэффициенты приведенной формы могут быть использованы для структурных коэффициентов, то такой способ оценивания структурных коэффициентов называется:

а) двухшаговым методом наименьших квадратов;

б) косвенным методом наименьших квадратов;

в) трехшаговым методом наименьших квадратов;

г) взвешенным методом наименьших квадратов.

Задание 15.4

Рассматривается следующая модель:

$$\begin{cases} c_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \varepsilon_t, \\ i_t = \gamma_0 + \gamma_1 y_t + \gamma_2 g_{t-1} + v_t, \\ y_t = c_t + i_t + g_t, \end{cases}$$

где c – объем потребления; i – объем инвестиций; y – доход; g – объем государственных расходов.

Представьте данную систему в приведенной форме.

Задание 15.5

Рассматривается модель «спрос-предложение» следующего вида:

$q_D = a_0 + a_1 P + e$

$q_S = \beta_0 + \beta_1 P + \beta_2 W + v$

где q – количество товара;

P – цена товара;

W – заработная плата;

e и v – случайные составляющие.

Пусть имеются следующие наблюдения:

P	10	15	5	8	4
q	6	6	18	12	8
W	2	6	2	7	4

1. Представьте данную систему в приведенном виде.

2. Определите по МНК коэффициенты приведенной модели (если возможно).

3. На основе приведенных коэффициентов по КМНК определить структурные коэффициенты для функции спроса.

Тема 16. Введение в анализ временных рядов. (8 часов)

Задание 16.1

Аддитивная модель временного ряда имеет вид:
а) $y = a + b_t x_t + e_t$;
б) $y = T + C + S + E$;
в) $y = a + T + C + S + E$;
г) $y = T * C * S * E$.

Задание 16.2

Мультипликативная модель временного ряда имеет вид:
а) $y = a + T + C + S + E$;
б) $y = a + b*t + e_t$;
в) $y = T * C * S * E$;
г) $y = a + T + C + S + E$.

Задание 16.3

Методом выравнивания ряда динамики, позволяющим получить уравнение тренда, является:
а) метод укрупнения интервалов;
б) метод инструментальных переменных;
в) метод скользящей средней;
г) метод аналитического выравнивания.

Задание 16.4

Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается, то используют модель:
а) краткосрочную;
б) мультипликативную;
в) аддитивную;
г) долгосрочную.

Задание 16.5

Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается, то используют модель:
а) краткосрочную;
б) мультипликативную;
в) аддитивную;
г) долгосрочную.

Задание 16.6

Динамической называется эконометрическая модель, содержащая в качестве факторов не только текущие переменные, но и:

а) фиктивные переменные;

б) инструментальные переменные;

в) замещающие переменные;

г) лаговые их значения.

Задание 16.7

Имеются следующие данные об урожайности озимой пшеницы y (ц/га) за 10 лет:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	16,3	20,2	17,1	7,7	15,3	16,3	19,9	14,4	18,7	20,7

1) найти уравнение тренда временного ряда, полагая, что он линейный и проверить его значимость на уровне 0,05;
2) определить коэффициенты автокорреляции для лагов ф = 1; 2 временного ряда.

Задание 16.8

В таблице представлены данные, отражающие динамику роста доходов на душу населения y за восьмилетний период:

	1	2	3	4	5	6	7	8
	1133	1222	1653	1389	1342	1377	1491	1684

Полагая, что тренд линейный и условия классической модели выполнены:

1) найти уравнение тренда и оценить его значимость на уровне 0,05;
2) дать точечный и интервальный (с надежностью 0,95) прогнозы среднего и индивидуального значений доходов на девятый год.

Тема 17. Моделирование тренда и сезонной компоненты в аддитивных моделях временных рядов (10 часов)

Задание 17.1

На первом этапе построения аддитивной модели временного ряда динамики осуществляется:

а) аналитическое выравнивание исходного ряда динамики ;

б) выравнивание исходного ряда динамики методом скользящей средней;

в) расчет оценки сезонной компоненты;

г) устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда динамики.

Задание 17.2

Какие из следующих утверждений верны:

а) с увеличением величины лага влияние объясняющей переменной на зависимую переменную падает, что отражается на статистической значимости соответствующего коэффициента регрессии;

б) лагом в динамической эконометрической модели называется величина, характеризующая интервалы времени, по которым приведены исходные показатели;

в) эконометрическими моделями с распределенным лагом называют модели временных рядов, которые содержат не только текущие, но и лаговые значения факторных переменных;

г) не все модели, построенные по временным рядам, называются динамическими эконометрическими моделями;

Задание 17.3

По данным задания 13.5 построить аддитивную модель внешнеторгового оборота.

Тема 18. Моделирование тренда и сезонной компоненты в мультипликативных моделях временных рядов

Задание 18.1

Последовательность коэффициентов автокорреляции первого, второго и более высоких порядков называется:

а) авторегрессионной функцией;

б) предельной функцией;

в) автокорреляцимонной функцией;

г) функцией правдоподобия.

Задание 18.2

По данным задания 13.5 построить мультипликативную модель внешнеторгового оборота и сравните по качеству с аддитивной моделью (задание 17.3).

Тема 19. Стационарные временные ряды (10 часов)

Задание 19.1

Проверить на стационарность временной ряд, представленный в задании 13.5, применив:

а) непараметрические тесты проверки наличия стационарности;

б) параметрические тесты проверки наличия стационарности.

Тема 20. Динамические эконометрические модели с распределенным лагом (10 часов)

Задание 20.1

Моделями авторегрессии называются модели, содержащие в качестве факторов:

а) лаговые значения факторных переменных;

б) замещающие переменные;

в) лаговые значения зависимой переменной;

г) фиктивные переменные;

Задание 20.2

Переменная, влияние которой характеризуется некоторым запаздыванием, называется:

а) инструментальной переменной;

б) замещающей переменной;

в) лаговой переменной;
г) фиктивной переменной.

Задание 20.3

В модели полиномиальных лагов предполагается, что зависимость коэффициентов при лаговых значениях объясняющей переменной от величины лага описывается:
а) степенной функцией;
б) тригонометрической функцией;
в) логарифмической функцией;
г) полиномом m-ой степени.

Задание 20.4

Какие из следующих утверждений верны:
а) с увеличением величины лага влияние объясняющей переменной на зависимую переменную падает, что отражается на статистической значимости соответствующего коэффициента регрессии;

б) лагом в динамической эконометрической модели называется величина ф, характеризующая запаздывание в воздействии фактора на результат;
в) в зависимости от способа определения ожидаемых значений показателей различают модели адаптивных ожиданий и неполной (частичной) корректировки;
г) в авторегрессионной моделе в лаговой форме используется лишь зависимая переменная.

Задание 20.5

Определите верные утверждения:
а) преобразование Койка предполагает постоянное уменьшение абсолютных значений коэффициентов регрессии с увеличением лага;
б) при использовании преобразования Койка определение наличия автокорреляции на основе статистики Дарбина-Уотсона невозможно;
в) использование обычного МНК для оценок авторегрессионных моделей нецелесообразно, в первую очередь, из-за проблемы автокорреляции.

Задание 20.6

По данным задания 13.5. построить авторегрессионную модель внешнеторгового оборота по кварталам с лагом, равным 1.

Задание 20.7

По данным задания 13.5 определить коэффициенты автокорреляции уровней ряда динамики первого и второго порядка. Построить уравнение авторегрессии импорта вида $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 y_{t-1} + e_t$.

Тема 21. Модели адаптивных ожиданий и частичной корректировки (10 часов)

Задание 21.1

Определите верные утверждения:
а) преобразование Койка, модель адаптивных ожиданий, модель частичной корректировки являются по сути авторегрессионными методами, так как в результате их

использования среди объясняющих переменных появляется лаговая зависимая переменная;

б) схема Алмон является обобщенным преобразованием Койка;

в) при небольшой выборке оценки в модели частичной корректировки могут быть смещенными.

Задание 21.2

В соответствии с моделью адаптивных ожиданий объем предложения формируется по следующей схеме:

$S^*_t = \lambda S_{t-1} + (1-\lambda) S^*_{t-1}$,

где S*и S - ожидаемый и действительный объемы предложения .

заполните пробелы в следующей таблице при условии, что $\lambda = 0,4$.

Момент времени	t-3	Т-2	t-1	t	t+1
S*	90				
S	100	120	150	170	-

5.4 Самостоятельная работа

Результаты самостоятельной работы студентов должны быть оформлены в виде персонального портфолио студента, т.е. в форме папки электронных документов, отражающих выполненную самостоятельную работу студента. При этом в портфолио должны быть включены:

- Презентация по заданной тематике
- ответы на вопросы входного тестирования
- список литературы, сайтов с которой работал студент при изучении курса
- результаты промежуточных контрольных срезов

Выполненные задания проверяются преподавателем и оцениваются в баллах.

План организации самостоятельной работы

№ п/п	Темы	Формы отчетности	Часы	Сроки
1	Предмет эконометрики и ее основное содержание	Доклад, реферат, эссе – по выбору; ответы на контрольные вопросы, выполнение заданий 1.5-1.9	6	По расписанию
2	Методология эконометрики	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 2,10 – 2,14	6	По расписанию
3	Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 3.12 – 3.22	6	По расписанию
4	Точечные и интервальные оценки параметров уравнения регрессии	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 4.6 – 4.11	8	По расписанию
5	Проверка качества уравнения регрессии	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение	6	По расписанию

		заданий 5.8 – 5.13		
6	Нелинейная регрессия	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 6.4 – 6.8	8	По расписанию
7	Множественный регрессионный анализ. Мультиколлинеарность	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 7.4 – 7.5	8	По расписанию
8	Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии и значимости модели	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 8.4 – 8.6	12	По расписанию
9	Показатели связи при множественной регрессии	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 9.2 – 9.3	10	По расписанию
10	Проверка качества модели множественной регрессии и использование ее для прогноза	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 10.3 – 10.4	10	По расписанию
11	Проблемы спецификации моделей множественной регрессии	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 11.4 – 11.5	10	По расписанию
12	Проверка наличии гетероскедастичности	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 12.3 – 12.4	8	По расписанию
13	Автокорреляция остатков	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 13.4 – 13.5	10	По расписанию
14	Регрессионные модели с фиктивными переменными	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 14.3 – 14.4	8	По расписанию
15	Системы одновременных уравнений	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 15.4 – 15.5	8	По расписанию
16	Введение в анализ временных рядов.	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 16.5-16.8	8	По расписанию
17	Моделирование тренда и сезонной компоненты в аддитивных моделях временных рядов	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 17.2 – 17.3	10	По расписанию
18	Моделирование тренда и сезонной компоненты в	Конспекты основной и дополнительной	8	По расписанию

	мультипликативных моделях временных рядов	литературы, выполнение заданий 18.1 – 18.2		
19	Стационарные временные ряды	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 19.1	10	По расписанию
20	Динамические эконометрические модели с распределенным лагом	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 20.5 – 20.7	10	По расписанию
21	Модели адаптивных ожиданий и частичной корректировки	Конспекты основной и дополнительной литературы, выполнение заданий 21.1 – 21.2	10	По расписанию

Выполнение заданий по всем формам отчетности предполагает 100 балльную оценку знаний по модульно-рейтинговой системе. При выполнении меньшего количества форм отчетности оценка зависит от конкретного вида работы, выполненного студентом.

Эффективность самостоятельной работы во многом будет зависеть от того, как активно и творчески студент работает на аудиторных занятиях. Поэтому перед занятием следует прочитать конспект лекции, определить непонятные статистические категории, формулы. Для ответов по непонятым вопросам необходимо прочитать теоретический материал в литературных источниках, познакомиться с практическим применением теоретических положений в периодических изданиях, законспектировать наиболее интересные работы.

Самостоятельная работа студентов по освоению статистических методов обработки и анализа статистических данных позволит им получить и закрепить навыки научно-исследовательской работы, подготовиться к докладу на апрельской научно-практической конференции студентов вуза, участвовать на региональных и межвузовских конференциях не только по статистике, но и по другим экономическим дисциплинам.

Для освоения методики построения модели множественной регрессии, оценки гетероскедастичности и автокорреляции остатков ниже приводятся примеры 1-3 рассмотрения этих тем и решения задач с использованием пакета анализа Microsoft Excel.

Методические указания для самостоятельной работы по решению отдельных задач по курсу «Эконометрика»

ПРИМЕР 1. Линейная модель множественной регрессии

Множественная регрессия представляет собой корреляционную зависимость результативного признака от двух и более факторов. Модель множественной регрессии имеет вид:

$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots x_n)$.

Теоретическое уравнение линейной множественной регрессии выглядит следующим образом:

$Y = = в_0 + в_1 x_1 + в_2 x_2 + \ldots + в_m x_m + e$,

где $в_0$ - свободный член уравнения, определяющий значение y в случае, когда все объясняющие переменные x_j равны 0;

$в_j$ – j-тый теоретический коэффициент регрессии (частичный коэффициент регрессии);

е – случайная ошибка (случайная составляющая).

Многомерная регрессионная модель, для которой соблюдаются предпосылки применения метода МНК, называется нормальной (классической) моделью регрессии.

В матричной форме нормальная регрессионная модель имеет вид:

Y = X*b + e,

где Y – случайный вектор-столбец размерности (n x 1) наблюдаемых значений результативного признака;

X – матрица размерности (n x (m+1)) наблюдаемых значений факторных признаков. Добавление 1 (единицы) к общему числу факторов m учитывает свободный член b_0 в уравнении регрессии. Значения фактора x_0 для свободного члена принято считать равным единице;

b– вектор-столбец размерности ((+ 1) +1) неизвестных, подлежащих оценке параметров модели, коэффициентов регрессии;

e - случайный вектор-столбец размерности (n x 1) ошибок наблюдений.

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1x_{11}.x_{12}..x_{1m} \\ 1x_{21}x_{22}...x_{2m} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 1x_{n1}x_{n2}...x_{nm} \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Линейное уравнение в векторной форме имеет вид

Y = X*b + e,

Отсюда отклонения определяются:

e = Y – Xb.

Следовательно, сумма квадратов отклонений в векторной форме можно представить:

S = У e^2 = eґ * e,

где eґ - транспонированная матрица e (в которой строки матрицы e заменяются столбцами).

eґ = (Y – Xb)ґ

Сумма квадратов отклонений в матричном виде:

S = eґ * e = Yґ Y – bґ Xґ Y - Yґ Xb + bґ Xґ Xb,

где Xґ и Yґ транспонированные матрицы X и Y.

Так как $b' X' Y = Y'Xb$,

$S = YY' - 2b' X' Y + b'X'Xb$

Для определения минимального значения S, необходимо найти его предел, то есть продифференцировать по b.

Частная производная S по b

$d S / db =- 2 X'Y + 2 (X' X) b$.

Приравнивая частные производные нулю, получим систему нормальных уравнений, которое в матричной форме имеет вид:

$X' Y = X' X b$.

Отсюда $b = (X' X)^{-1} * X' Y$,

где $X' X =$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & x_{31} & \dots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & x_{32} & \dots & x_{n2} \\ x_{13} & x_{23} & x_{33} & \dots & x_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1m} & x_{2m} & x_{3m} & \dots & x_{nm} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2m} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nm} \end{vmatrix}$$

$$X' Y = \begin{vmatrix} \text{У } y_i \\ \text{У } y_i x_{i1} \\ \text{У } y_i x_{i2} \\ \text{У } y_i x_{i3} \\ \dots \\ \text{У } y_i x_{im} \end{vmatrix}$$

Определение оценок параметров может осуществляться также с помощью определителей матриц. Система нормальных уравнений, получаемая при использовании МНК выглядит следующим образом:

$\text{У}y = nb_0 + b_1 \text{У}x_1 + b_2 \text{У}x_2 + \dots + bp \text{У}x_p$

$\text{У}yx_1 = b_0 \text{У}x_1 + b_1 \text{У}x_1^2 + b_2 \text{У}x_1 x_2 + \dots + b_p \text{У}x_p x_1$

……

$\text{У}yx = b_0 \text{У}x_p + b_1 \text{У}x_1 x_p + b_2 \text{У}x_2 x_p + \dots + b_p \text{У}x_p^2$

Определители матриц

$$b_0 = \frac{\Delta b}{\Delta}, b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta}, \dots b_p = \frac{\Delta b_p}{\Delta}$$

где Д – определитель системы уравнений;

$Д_{b0}$, $Д_{b1}$, $Д_{bp}$ – частные определители.

$$Д = \begin{vmatrix} n & \text{У}x_1 & \text{У}x_2 & \dots & \text{У}x_p \\ \text{У}x_1 & \text{У}x_1^2 & \text{У}x_2x_1 & \dots & \text{У}x_p x_1 \\ \text{У}x_2 & \text{У}x_1x_2 & \text{У}x_2^2 & \dots & \text{У}x_px_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{У}x_p & \text{У}x_1x_p & \text{У}x_2x_p & \dots & \text{У}x_p^2 \end{vmatrix}$$

Частные определители $Д_{b0}$, $Д_{b1}$, $Д_{bp}$ получают путем замены соответствующего столбца матрицы определителя системы данными левой части системы.

Например, с помощью классического метода наименьших квадратов необходимо оценить параметры линейной эконометрической модели, описывающей формирование объема продаж электроэнергии в млн. МВт –ч (Y) на некотором энергетическом предприятии в зависимости от величины ЛЭП в 10 тыс. км (x_1) и количества потребителей энергии в 100 тыс. человек (x_2) наблюдаемые значения переменных Y, x_1, x_2 за 1991-2000гг. представлены в таблице:

Таблица 1

Объема продаж электроэнергии в млн. МВт –ч (Y), длина ЛЭП в 10 тыс. км (x_1), количество потребителей энергии в 100 тыс. человек (x_2)

Год	Y	x_1	x_2
1997	3.2	1.2	3.6
1998	3.3	1.3	3.7
1999	3.4	10.3	3.8
2000	3.5	1.4	3.8
2001	3.6	1.4	3.9
2002	3.6	1.5	3.9
2003	3.7	1.5	4.0
2004	3.8	1.6	4.0
2005	3.9	1.6	4.1
2006	4.0	1.7	4.2

Оценим параметры модели имеющей форму

$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + e$

Вектор y объясняющей переменной и матрицы X представлены в виде:

$$Y = \begin{matrix} 3,2 \\ 3,3 \\ 3,4 \\ 3,5 \\ 3,6 \\ 3,6 \\ 3,7 \\ 3,8 \\ 3,9 \\ 4,0 \end{matrix}, \quad X = \begin{matrix} 1 & 1,2 & 3,6 \\ 1 & 1,3 & 3,7 \\ 1 & 1,3 & 3,8 \\ 1 & 1,4 & 3,8 \\ 1 & 1,4 & 3,9 \\ 1 & 1,5 & 3,9 \\ 1 & 1,5 & 4,0 \\ 1 & 1,6 & 4,0 \\ 1 & 1,6 & 4,1 \\ 1 & 1,7 & 4,2 \end{matrix}$$

Для промежуточных расчетов построим таблицу 2.

Таблица 2

Промежуточные расчеты для оценок параметров уравнения регрессии

№	Y	x_1	x_2	x_1^2	x_2^2	yx_1	yx_2	$x_1 x_2$
1	3.2	1.2	3.6	1,44	12,96	3,84	11,52	4,32
2	3.3	1.3	3.7	1,69	13,69	4,29	12,21	4,81
3	3.4	10.3	3.8	1,69	14,44	4,42	12,92	4,94
4	3.5	1.4	3.8	1,96	14,44	4,9	13,3	5,32
5	3.6	1.4	3.9	1,96	15,21	5,04	14,04	5,46
6	3.6	1.5	3.9	2,25	15,21	5,4	14,04	5,85
7	3.7	1.5	4.0	2,25	16	5,55	14,8	6
8	3.8	1.6	4.0	2,56	16	6,08	15,2	6,4
9	3.9	1.6	4.1	2,56	16,81	6,24	15,99	6,56

10	4.0	1.7	4.2	2,89	17,64	6,8	16,8	7,14
итого	36	14,5	39	21,25	152,4	52,56	140,82	56,8
средние	3,6	1,45	3,9	2,125	15,24	5,256	14,082	5,68

Необходимо найти произведение матриц $X^T X$. По правилу умножения матриц А на В в новой матрице С каждый элемент (с ij), стоящий на пересечении i–той строки и j–того столбца получается в виде произведения i–той строки матрицы А на j–тый столбец матрицы В.

Поэтому произведение

$$X^T X = \begin{matrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_1 x_2 \\ \sum x_2 & \sum x_1 x_2 & \sum x_2^2 \end{matrix}$$

Как известно из матричной алгебры определитель матрицы А

$$A = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}$$

вычисляется так: $Д(A) = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{12} a_{21} a_{33} - a_{11} a_{23} a_{32}$

Осуществляем промежуточные вычисления для нашей задачи:

$$X^T X = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1{,}2 & 1{,}3 & 1{,}3 & 1{,}4 & 1{,}4 & 1{,}5 & 1{,}5 & 1{,}6 & 1{,}6 & 1{,}7 \\ 3{,}6 & 3{,}7 & 3{,}8 & 3{,}8 & 3{,}9 & 3{,}9 & 4{,}0 & 4{,}0 & 4{,}1 & 4{,}2 \end{matrix} * \begin{matrix} 1 & 1{,}2 & 3{,}6 \\ 1 & 1{,}2 & 3{,}7 \\ 1 & 1{,}3 & 3{,}8 \\ 1 & 1{,}4 & 3{,}8 \\ 1 & 1{,}4 & 3{,}9 \\ 1 & 1{,}5 & 3{,}9 \\ 1 & 1{,}5 & 4{,}0 \\ 1 & 1{,}6 & 4{,}0 \\ 1 & 1{,}6 & 4{,}1 \\ 1 & 1{,}7 & 4{,}2 \end{matrix} =$$

$$= \begin{matrix} 10 & 14{,}5 & 39 \\ 14{,}5 & 21{,}25 & 56{,}8 \\ 39 & 56{,}8 & 152{,}4 \end{matrix}$$

$Д(X^T X) = 10 * 21{,}25 * 152{,}4 + 14{,}5 * 56{,}8 * 39 + 39 * 14{,}5 * 56{,}8 - 39 * 21{,}25$

$*39 – 14{,}5 * 14{,}5 * 152{,}4 - 10 * 56{,}8 * 56{,}8 = 32385 + 32120{,}4 + 32120{,}4 –$

$- 32321{,}25 – 32042{,}1 – 32262{,}4 = 0{,}05$

Определим матрицу алгебраических дополнений:

$$\begin{matrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \end{matrix}$$

$$D = \begin{matrix} D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{matrix}$$

где $D_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$;

M_{ij} – минор элемента, стоящего на пересечении i-той строки и j-того столбца матрицы $X^T X$.

$$D_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 21,25 & 56,8 \\ 56,8 & 152,4 \end{vmatrix} = 21,25 * 152,4 – 56,8 -39 = 12,26$$

$$D_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 14,5 & 56,8 \\ 39 & 152,4 \end{vmatrix} = 14,5*152,4 – 56,8 * 39 = 5,4$$

$$D_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 14,5 & 21,25 \\ 39 & 56,8 \end{vmatrix} = 14,5 * 56,8 – 21,25 * 39 = -5,15$$

$$D_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 14,5 & 39 \\ 56,8 & 152,4 \end{vmatrix} = 14,5 * 152,4 – 39 * 56,8 = 5,4$$

$$D_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 10 & 39 \\ 39 & 152,4 \end{vmatrix} = 10 * 152,4 – 39 * 39 = 3$$

$$D_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 10 & 14,5 \\ 39 & 56,8 \end{vmatrix} = 10 * 56,8 – 14,5 * 39 = -2,5$$

$$D_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 14,5 & 39 \\ 21,25 & 56,8 \end{vmatrix} = 14,5 * 56,8 – 39 * 21,25 = -5,16$$

$$D_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 10 & 39 \\ 14,5 & 56,8 \end{vmatrix} = 10 * 56,8 – 39 * 14,5 = -2,5$$

$$D_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 10 & 14,5 \\ 14,5 & 21,25 \end{vmatrix} = 10 * 21,25 – 14,5 * 14,5 = 2,25$$

$$D = \begin{matrix} 12,26 & 5,4 & -5,15 \\ 5,4 & 3 & -2,5 \\ -5,15 & -2,5 & 2,25 \end{matrix}$$

Составляем присоединенную матрицу $(X^T X)^*$.

$$(X^T X)^* = D^T = \begin{matrix} 12,26 & 5,4 & -5,15 \\ 5,4 & 3 & -2,5 \\ -5,15 & -2,5 & 2,25 \end{matrix}$$

$D^T = D$, так как матрица D симметрична.

Отсюда находим обратную матрицу

$$(X^T X)^{-1} = \frac{(X^T X)^*}{Д\,(X^T X)} = \frac{1}{0,05} \begin{vmatrix} 12,26 & 5,4 & -5,15 \\ 5,4 & 3 & -2,5 \\ -5,15 & -2,5 & 2,25 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{matrix} 245,2 & 108 & -103 \\ 108 & 60 & -50 \end{matrix}$$

-103 -50 45

$$X^T Y = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1{,}2 & 1{,}3 & 1{,}3 & 1{,}4 & 1{,}4 & 1{,}5 & 1{,}5 & 1{,}6 & 1{,}6 & 1{,}7 \\ 3{,}6 & 3{,}7 & 3{,}8 & 3{,}8 & 3{,}9 & 3{,}9 & 4{,}0 & 4{,}0 & 4{,}1 & 4{,}2 \end{matrix} * \begin{matrix} 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.9 \\ 4.0 \end{matrix} =$$

$$= \begin{matrix} \sum y \\ \sum x_1 y \\ \sum x_2 y \end{matrix} = \begin{matrix} 36 \\ 52{,}56 \\ 140{,}82 \end{matrix}$$

Теперь определим вектор оценок bj.

$$b = (X^T X)^{-1} * X^T Y = \begin{vmatrix} 245{,}2 & 108 & -103 & 36 \\ 108 & 60 & -50 & 52{,}56 \\ -103 & -50 & 45 & 140{,}82 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0{,}78 \\ 0{,}60 \\ 0{,}90 \end{vmatrix}$$

$$\grave{y} = -\ 0{,}78 + 0{,}60\ x1 + 0{,}90\ x2$$

Проверим полученные результаты с помощью стандартной статистической программы ЛИНЕЙН и инструмента РЕГРЕССИЯ из пакета анализа Microsoft Excel.

1. Строим матрицу X объясняющих переменных размером 10x3, в которой первый столбец с единичными элементами соответствует умножению коэффициента b_0 на единицу:

$$X = \begin{matrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & x_{33} \\ 1 & x_{41} & x_{42} & x_{43} \\ 1 & x_{51} & x_{52} & x_{53} \\ 1 & x_{61} & x_{62} & x_{63} \\ 1 & x_{71} & x_{72} & x_{73} \\ 1 & x_{81} & x_{82} & x_{83} \\ 1 & x_{91} & x_{92} & x_{93} \\ 1 & x_{101} & x_{102} & x_{103} \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & 1{,}2 & 3{,}6 \\ 1 & 1{,}3 & 3{,}7 \\ 1 & 1{,}3 & 3{,}8 \\ 1 & 1{,}4 & 3{,}8 \\ 1 & 1{,}4 & 3{,}9 \\ 1 & 1{,}5 & 3{,}9 \\ 1 & 1{,}5 & 4{,}0 \\ 1 & 1{,}6 & 4{,}0 \\ 1 & 1{,}6 & 4{,}1 \\ 1 & 1{,}7 & 4{,}2 \end{matrix}$$

Построить транспонированную матрицу можно двумя способами.

1) при транспонировании матрицы с помощью команды меню:

- копируем матрицу X в буфер обмена и выделяем ячейку, в которой будет содержаться верхний левый элемент матрицы X^T;
- выбираем команду **Правка, Специальная вставка** и в отобразившемся диалоговом окне **Специальная вставка** устанавливаем флажок в окне **Транспонировать**.

2) при транспонировании матрицы с помощью функции ТРАНСП из категории **Ссылки и массивы**:

- копируем матрицу X в буфер обмена и выделяем все ячейки, в которых будет содержаться матрица X^T;
- вызываем **Мастер функций**, в категории **Ссылки и массивы** используем стандартную функцию ТРАНСП (x) и контролируем результат в ее окне (первый элемент массива X^T) $x_{11} = 1$;
- для получения массива результатов нажимаем F2 и следом комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter.** В выделенных ячейках появляются результаты транспонирования.

Транспонированная матрица имеет вид:

$$X^T = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1,2 & 1,3 & 1,3 & 1,4 & 1,4 & 1,5 & 1,5 & 1,6 & 1,6 & 1,7 \\ 3,6 & 3,7 & 3,8 & 3,8 & 3,9 & 3,9 & 4,0 & 4,0 & 4,1 & 4,2 \end{matrix}$$

Произведение матриц X^TX находим с помощью стандартной функции **МУМНОЖ (X^T; X)** из категории **Математические**, предварительно выделив для вывода результата массив размером 3x3. Чтобы формула читалась как формула массива следует нажать клавиши F2 комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter.** Последовательность действий: **Мастер функций**, в категории **Математические** используем стандартную функцию **МУМНОЖ (X^T; X)**, выделяются массивы **X^T и X, OK**, **F2**, **Ctrl+Shift+Enter.**

В результате получаем матрицу:

$$X^T X = \begin{matrix} 10 & 14,5 & 39 \\ 14,5 & 21,25 & 56,8 \\ 39 & 56,8 & 152,4 \end{matrix}$$

Убеждаемся, что полученная матрица является симметричной.

Аналогичным образом находим произведение X^T У:

$$X^T У = \begin{matrix} \sum y \\ \sum x_1 y \\ \sum x_2 y \end{matrix} = \begin{matrix} 36 \\ 52,56 \\ 140,82 \end{matrix}$$

Рассчитываем обратную матрицу $(X^T X)^{-1}$, предварительно выделив для вывода результата массива размером 3x3 и используя стандартную математическую функцию **МОБР ((X^T X)**. Для вывода массива также используют после ввода функции клавишу F2 и комбинацию **Ctrl+Shift+Enter.**

В результате получаем матрицу:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{matrix} 245,2 & 108 & -103 \\ 108 & 60 & -50 \\ -103 & -50 & 45 \end{matrix}$$

Матрица также является симметричной.

Определяем вектор выборочных оценок коэффициентов по формуле:

$b = (X^T X)^{-1} * X^T Y$.

Для этого выделим столбец из трех ячеек и воспользуемся математической функцией **МУМНОЖ ((X^T; $X^{)-1}$; X^T Y).**

Получаем столбец

$$b = \begin{matrix} -0,78 \\ 0,60 \\ 0,90 \end{matrix}$$

Получили модель уравнения регрессии:

$\grave{y} = -\ 0,78 + 0,60\ x1 + 0,90\ x2$

Интерпретация коэффициентов: коэффициент b_1, показывает, что с увеличением длины линии электропередач на 10 тыс. км, объем продаж электроэнергии возрастет на 0,6 млн. Мвт-ч, а с увеличением численности потребителей объем продаж возрастет на 0,9 млн. Мвт-ч.

Стандартные отклонения коэффициентов S_b определяем по формулам:

$S_b^2 = S_e^2 [(X^T X)^{-1}]jj$,

где S_e^2 – несмещенная оценка дисперсии ошибок (несмещенная выборочная остаточная дисперсия);

$[(X^T X)^{-1}]jj$ – j-тый диагональный элемент матрицы $(X^T X)^{-1}$.

$$S_e^2 = \frac{\sum e^2}{n - m - 1}$$

$$\sum e^2 = \sum (y_i - \grave{y})^2 = e^T * e.$$

где $\grave{y}$ - теоретические значения объясняемой переменной y.

По найденному уравнению регрессии определяем теоретические значения $\grave{y}$ и их отклонения от фактических значений $e = y_i - \grave{y}$.

Получаем вектор-столбец значений e^2.

$$e^2 = \begin{matrix} 10,11 \\ 11,09 \\ 11,70 \\ 12,11 \\ 12,74 \\ 13,18 \\ 13,84 \\ 14,29 \\ 14,98 \\ 16,16 \end{matrix}$$

$\sum e^2 = 0,006$

Разделим полученное значение на $n – m – 1 = 10 – 2 – 1 = 7$ получаем

$S_e^2 = 0,006 / 7 = 0,00086$

Отсюда $S_e = \sqrt{0,00086} = 0,0293$

Перед вычислением в EXCEL стандартных отклонений коэффициентов S_b предварительно формируется вспомогательный вектор из диагональных элементов $[(X^T X)^{-1}]jj$ матрицы $X^T X)^{-1}$.

$$[(X^T X)^{-1}]jj = \begin{matrix} 245,2 \\ 60 \\ 45 \end{matrix}$$

Сформируем матрицу значений корня квадратного из значений диагональных элементов $[(X^T X)^{-1}]jj$, воспользовавшись математической функцией **КОРЕНЬ ($[(X^T X)^{-1}]jj$)**

$\sqrt{[(X^T X)^{-1}]jj}$ = КОРЕНЬ ($[(X^T X)^{-1}]jj$)

$$\text{КОРЕНЬ } ([(X^T X)^{-1}]jj) = \begin{matrix} 15,66 \\ 7,75 \\ 6,71 \end{matrix}$$

Стандартные отклонения коэффициентов регрессии исчисляются по формуле:

$S_b = S_e \sqrt{[(X^T X)^{-1}]jj}$.

$$S_b = 0{,}0293 * \text{КОРЕНЬ}\left([(X^T X)^{-1}]jj\right) = \begin{matrix} 0{,}458 \\ 0{,}2271 \\ 0{,}196 \end{matrix}$$

Теперь выборочное уравнение регрессии можно записать в общепринятом виде, в скобках под коэффициентами указав их стандартные отклонения:

$$\grave{y} = -\ 0{,}78 + 0{,}60\ x1 + 0{,}90\ x2$$
$$(0{,}458) \quad (0{,}227) \quad (0{,}196)$$

Для оценки значимости коэффициентов регрессии рассчитаем значения t-критерия.

$$t_{bj} = \frac{b_j}{S_{bj}}$$

Получаем вектор-столбец:

$$t = \begin{matrix} t_{b0} \\ t_{b1} \\ t_{b2} \end{matrix} = \begin{matrix} -1.703 \\ 2.643 \\ 4.592 \end{matrix}$$

Для заданного уровня значимости б = 0,05 находим значение tкр с помощью стандартной статистической функции **СТЬЮДРАСПОБР (б; n-m–1)**

$$\text{tкр}\ (\text{б}, n\text{-}m\text{–}1) = t\ \text{кр}_{(0{,}05;\ 10\text{-}2\text{-}1)} = 2{,}3646$$

Так как, расчетные значения t-критерия $|t_{b1}| \rangle$ tкр и $t_{b2} \rangle t_{b1}$, это означает, что коэффициенты b_1 и b_2 значимы.

Уровень значимости показывает определяется выражением

$$\text{б} = P\ (|t_{b1}| \rangle\ \text{tкр}\ ).$$

Определяем вектор P- значений (вероятности) для коэффициентов с помощью стандартной функции **СТЬЮДРАСП ($|t_{b1}|$; n-m-1)**:

$$P_{bj} = \begin{matrix} P_{b0} \\ P_{b1} \\ P_{b2} \end{matrix} = \begin{matrix} 0.1324 \\ 0.0333 \\ 0.0025 \end{matrix}$$

P-значения для b_1 и b_2 меньше, чем б , это подтверждает вывод о том, эти коэффициенты значимы.

Векторы верхних и нижних границ доверительного интервала коэффициентов регрессии найдем по формулам:

$$\text{в}_{min} = b - t_{кр} * S_b = \begin{matrix} b_0 - t_{кр} * S_{b0} \\ b_1 - t_{кр} * S_{b1} \\ b_2 - t_{кр} * S_{b2} \end{matrix} = \begin{matrix} -1.864 \\ 0.064 \\ 0.436 \end{matrix}$$

$$\text{в}_{max} = b + t_{кр} * S_b = \begin{matrix} b_0 + t_{кр} * S_{b0} \\ b_1 + t_{кр} * S_{b1} \\ b_2 + t_{кр} * S_{b2} \end{matrix} = \begin{matrix} 0.304 \\ 1.136 \\ 1.364 \end{matrix}$$

Значимость F-критерия в Excel определяется с помощью функции

Значимость F = FРАСП(F; v1; v2).

Если расчетное значение F–критерия меньше стандартного уровня значимости, то коэффициент детерминации R^2 значим и уравнение регрессии также значимо.

Для оценки значимости уравнения регрессии в целом расчетное значение F-критерия сравнивается с критическим, которое для уровня значимости б = 0.05 с помощью стандартной функции FРАСПОБР (б; m; n-m-1). Если расчетное значение F-критерия больше критического, это означает, что уравнение регрессии значимо.

ПРИМЕР 2. Проверка наличия гетероскедастичности остатков

Имеются данные о поступлении доходов y_i в консолидированный бюджет региона в зависимости от численности работающих x_i на крупных и средних предприятиях.

Таблица 1

i	y_i	x_i	i	y_i	x_i	i	y_i	x_i	i	y_i	x_i
1	2.3	3	6	31.4	23	11	11.4	79	16	281.5	125
2	5.0	6	7	3.2	39	12	283.4	96	17	85.5	132
3	16.0	8	8	104.3	49	13	193.6	106	18	172.0	149
4	42.3	18	9	149.7	60	14	127.0	112	19	469.9	157
5	37.0	20	10	117.6	74	15	322.8	115	20	152.0	180

Проверить наличие гетероскедастичности остатков.

Решение.

Осуществим проверку гипотезы H_0 об отсутствии гетероскедастичности с помощью критерия Голдфелда-Квантдта, для чего выполняем следующие действия:

1. Упорядочим наблюдения по мере возрастания независимой переменной x_i.
2. Исключаем из выборки часть совокупности равную с = 4. Оставшуюся часть делим на 2 равные части, численность каждой из которых $n_0 = (n – c) / 2 = (20-4) / 2 = 8$.
3. Для первой и последней частей выборки рассчитываем уравнения регрессии с помощью стандартной статистической функции ЛИНЕЙН.

Выделяем свободные ячейки 2 на 5 (2 столбца, 5 строк).

С помощью **Мастера функций** f_x выбираем статистическую функцию ЛИНЕЙН.

В поля **Известные значения y** и **Известные значения x** вводим значения массива y и массива x.

Поле **Константа** оставляем пустым; это означает, что коэффициент b_0 вычисляется обычным образом (если **Константа** имеет значение **ИСТИНА, 1** или опущена, коэффициент b_0 вычисляется обычным образом).

В поле **Статистика** вводим значение **Истина** или **1** (если **Статистика** имеет значение **Истина** или **1,** то вычисляется дополнительная статистика – строки 3-6 в таблице 2, Если **Статистика** имеет значение **Ложь, 0** или опущена, то вычисляются значения коэффициентов b_0 , b_1).

В первой ячейке выделенного свободного массива 2 на 5 контролируем первый элемент массива b_1.

Для получения массива результатов (вывода формулы массива) нажимаем комбинацию клавиш **F2 Ctrl+Shift+Enter.**

В выделенных свободных ячейках появляются результаты вычислений

Таблица 2

b_1	b_0		
S_{b1}	S_{b0}		
R^2 скорр	Se		
F	df		
SS_1	SSe		

В таблице 2:

B_0 и b_1 – выборочные оценки коэффициентов регрессии;

S_{b0} и S_{b1} – стандартные отклонения коэффициентов регрессии;

R^2 скорр – выборочный коэффициент детерминации;

Se – стандартная ошибка;

F –F-статистика для уравнения регрессии;

df – число степеней свободы , df = n –2 = 20 – 2 = 18;

SS1 и SSe - факторная и остаточная суммы квадратов отклонений.

В результате получаем значения остаточных сумм квадратов для первой SSe_1 b и последней групп SSe_2.

4. Формируем статистику F-критерия по формуле:

$$F = \frac{SSe_2}{SSe_1},$$

4. С помощью стандартной функции FРАСПОБР (б, $df_1 = n_0$-2, $df_2 = n_0$-2) определяем критическое значение F-критерия.
5. Сравниваем расчетное значение критерия с критическим. Если фактическое значение F-критерия больше критического с доверительным уровнем 95%, делаем вывод о том, что имеется гетероскедастичность. Этот вывод может быть подтвержден также, если P-значение F-критерия, найденное с помощью функции FРАСП (F, n_0-2; n_0-2) окажется меньше принятого уровня значимости б = 0,05.

ПРИМЕР 3. Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК)
Взвешенный метод наименьших квадратов

Для устранения влияния гетероскедастичности используют взвешенный метод наименьших квадратов, являющийся частным случаем обобщенного метода наименьших квадратов.

Ковариационная матрица остатков линейной модели с гетероскедастичными остатками имеет вид:

$\Omega = y^2 \Omega_0$,

где y^2 – неизвестный (оцениваемый по выборке) параметр регрессионной модели;

Ω_0 – некоторая симметричная положительно определенная (корреляционная) матрица n-го порядка, которая полагается известной.

$$\Omega_0 = \begin{matrix} л_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & л_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & & л_n^2 \end{matrix}$$

Первоначальное уравнение регрессии y = X b преобразуется путем умножения на вес 1/ $л_i$. D результате получают преобразованное уравнение регрессии:

У* = X* b*,

где

$$y^* = \begin{matrix} y_1 / л_1 \\ y_2 / л_2 \\ \dots \\ y_n / л_n \end{matrix}$$

$$X^* = \begin{matrix} 1/л_1 & x_{11}/л_1 & x_{12}/л_1 & \dots & x_{1m}/л_1 \\ 1/л_2 & x_{21}/л_2 & x_{22}/л_2 & \dots & x_{2m}/л_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/л_n & x_{n1}/л_n & x_{n2}/л_n & \dots & x_{nm}/л_n \end{matrix}$$

С помощью метода Глейзера получают состоятельную оценку матрицы Ω_0 . Тест Глейзера предполагает, что абсолютные величины остатков $|e|$ являются функцией от x_j , где x_j – та объясняющая переменная, от которой гипотетически зависит условная дисперсия остатков $D[|e| / x_j]$.

На практике используется наиболее простые функции. Часто применяется следующая функция :

$D[|e| / x_j] = y^2 (a_0 + a_1 x_{ij}^{д})^2$,

где a_0 , a_1 и д - некоторые числовые коэффициенты.

Коэффициенты a_0 и a_1 подлежат выборочной оценке, а коэффициенту д придаются различные значения из априорных соображений.

Выражение $(a_0 + a_1 x_{ij}^{д})$ представляет собой величину коэффициента $л_{ij}$:

$л_{ij} = a_0 + a_1 x_{ij}^{д}$.

Значения д берутся из некоторого диапазона. Например, д = 1/3, S, 1, 2, 3.

Рассмотрим применение обобщенного метода наименьших квадратов на следующем примере.

Имеются данные о поступлении доходов y в консолидированный бюджет региона в зависимости от численности работающих x на крупных и средних предприятиях.

Таблица 1

Доходы консолидированного бюджета и численность работающих в регионе

i	y_i	x_i	i	y_i	x_i	i	y_i	x_i	i	y_i	x_i
1	2.3	3	6	31.4	23	11	11.4	79	16	281.5	125
2	5.0	6	7	3.2	39	12	283.4	96	17	85.5	132
3	16.0	8	8	104.3	49	13	193.6	106	18	172.0	149
4	42.3	18	9	149.7	60	14	127.0	112	19	469.9	157
5	37.0	20	10	117.6	74	15	322.8	115	20	152.0	180

Преобразуем значения объясняющих переменных следующим образом:

$x_{ij}^* = x_{ij}^{д}$

Используем значения д = 1/3, S, 1, 2, 3. Значения x* представлены в таблице 2.

Таблица 2

i	$\|e\|$	$x^{1/3}$	$x^{1/2}$	x	x^2	x^3
1	6,361	1,44225	1,732051	3	9	27
2	8,56	1,817121	2,44949	6	36	216
3	0,826	2	2,828427	8	64	512
4	9,144	2,620741	4,242641	18	324	5832
5	0,578	2,714418	4,472136	20	400	8000
6	9,921	2,843867	4,795832	23	529	12167
7	64,249	3,391211	6,244998	39	1521	59319
8	20,521	3,659306	7	49	2401	117649
9	47,958	3,914868	7,745967	60	3600	216000
10	7,004	4,198336	8,602325	74	5476	405224
11	121,369	4,29084	8,888194	79	6241	493039
12	124,503	4,562903	9,746794	95	9025	857375

13	16,74	4,732623	10,29563	106	11236	1191016
14	59,658	4,820285	10,58301	112	12544	1404928
15	131,243	4,862944	10,72381	115	13225	1520875
16	73,613	5	11,18034	125	15625	1953125
17	133,818	5,091643	11,48913	132	17424	2299968
18	75,079	5,301459	12,20656	149	22201	3307949
19	208,857	5,394691	12,52996	157	24649	3869893
20	145,702	5,646216	13,41641	180	32400	5832000

С помощью функции **Регрессия** определяем параметры выборочных уравнений регрессии:

$y = -76,66 + 35,74\ x^{1/3}$;
$y = -41,06 + 12,95\ x^{S}$;
$y = -4,36 + 0,87\ x$;
$y = 18,68 + 0,005\ x^2$;
$y = 30,14 + 0,00003\ x^3$.

Стандартные ошибки оценок параметров регрессий, коэффициенты детерминации, фактические значения F-критерия занесем в таблицу 3.

Таблица 3

Показатель		д = 1/3		д = 1/2		д = 1		д = 2		д = 3	
a_1	a_0	35,74	-76,66	12,95	-41,06	0,87	-4,36	0,005	18,68	0,00003	30,14
S_{a1}	S_{a0}	7,51	30,88	2,58	22,71	0,16	15,2	0,001	12,51	0,00001	12,20
R^2	Se	0,56	42,15	0,58	40,89	0,62	39,0	0,59	40,31	0,53	43,47
F	df	22,64	18	25,19	18	29,4	18	26,43	18	20,20	18

Определяем критическое значение F-критерия с помощью FРАСПОБР (б, df_1 , df_2) при б = 0,05, $df_1 = m = 1$; $df_2 = n - 2 = 20 – 2 = 18$)

F (0.05; 1; 18) = 4,41.

Для всех уравнений регрессии значения Fкритерия оказались выше критического значения. Поэтому с уровнем значимости б =0,05 делаем вывод о наличии гетероскедастичности.

Наибольшая величина F-статистики F= 29,4 достигнута при л = 1, поэтому для вычисления оценок л диагональных элементов матрицы Р выбираем уравнение с этим значением параметра:

л = -4,36 + 0,87 x

ПРИМЕР 4. Проверка наличия автокорреляции остатков

Необходимо верифицировать гипотезу об отсутствии автокорреляции остатков первого порядка в модели урожайности пшеницы (y) относительно применения минеральных удобрений (x) с помощью:

1) графического метода;
2) теста Дарбина-Уотсона;
3) коэффициента автокорреляции первого порядка.

Таблица 1

Урожайность пшеницы и использование минеральных удобрений

Год	У (ц/га)	Х (кг)
1986	17,2	34,1
1987	17,4	36,5
1988	18	38,9

1989	17,9	44,6
1990	17,6	48
1991	18,7	50,3
1992	18,9	57,9
1993	19,1	78,7
1994	19,6	82,5
1995	20,3	98,7
1996	24	103,4
1997	25,8	127,6
1998	26,4	142,3
1999	28,5	148,8
2000	30,1	165,4
2001	32,4	177,6
2002	30,8	184,3
2003	31,9	181
2004	33,1	188,7
2005	28,2	190,2

Решение

1. Графический метод позволяет наглядно определить наличие положительной или отрицательной автокорреляции.

Если остатки часто меняют свой знак, то автокорреляция первого порядка будет отрицательной. Если положительные и отрицательные остатки появляются как серии, то автокорреляция будет положительной.

Оценим методом наименьших квадратов параметры уравнения парной линейной регрессии.

Выборочная регрессия на основе имеющихся данных имеет вид:

$y_т = 13,2144 + 0,097\ x$

Подставляя в выборочное уравнение регрессии фактические значения x, рассчитаем теоретические значения результативного показателя и остатки e_t и e_{t-1}. для y_t и y_{t-1}. Результаты промежуточных расчетов представлены в таблице 2.

Таблица 2

Промежуточные расчеты для исчисления критерия Дарбина-Уотсона

t	y_t	x_t	$y_т$	e_t	$e_{(t-1)}$	$(e_t - e_{(t-1)})^2$	e_t^2	$e_t e_{(t-1)}$
1	17,2	34,1	16,5221	0,6779	-	-	0,459548	-
2	17,4	36,5	16,7549	0,6451	0,6779	0,001076	0,416154	0,437313
3	18	38,9	16,9877	1,0123	0,6451	0,134836	1,024751	0,653035
4	17,9	44,6	17,5406	0,3594	1,0123	0,426278	0,129168	0,363821
5	17,6	48	17,8704	-0,2704	0,3594	0,396648	0,073116	-0,09718
6	18,7	50,3	18,0935	0,6065	-0,2704	0,768954	0,367842	-0,164
7	18,9	57,9	18,8307	0,0693	0,6065	0,288584	0,004802	0,04203
8	19,1	78,7	20,8483	-1,7483	0,0693	3,30367	3,05655	-0,12116

9	19,6	82,5	21,2169	-1,6169	-1,7483	0,017266	3 2,614366	2,826826
10	20,3	98,7	22,7883	-2,4883	-1,6169	0,759338	6,191637	4,023332
11	24	103,4	23,2442	0,7558	-2,4883	10,52418	0,571234	-1,88066
12	25,8	127,6	25,5916	0,2084	0,7558	0,299647	0,043431	0,157509
13	26,4	142,3	27,0175	-0,6175	0,2084	0,682111	0,381306	-0,12869
14	28,5	148,8	27,648	0,852	-0,6175	2,15943	0,725904	-0,52611
15	30,1	165,4	29,2582	0,8418	0,852	0,000104	0,708627	0,717214
16	32,4	177,6	30,4416	1,9584	0,8418	1,246796	3,835331	1,648581
17	30,8	184,3	31,0915	-0,2915	1,9584	5,06205	0,084972	-0,57087
18	31,9	181	30,7714	1,1286	-0,2915	2,016684	1,273738	-0,32899
19	33,1	188,7	31,5183	1,5817	1,1286	0,2053	2,501775	1,785107
20	28,2	190,2	31,6638	-3,4638	1,5817	25,45707	11,99791	-5,47869
итого	475,9	2179,5	475,6995	0,2005	2,0826	28,29296	24,46426	8,837116

С помощью **Мастера диаграмм** строим график зависимости y_t от x. Для построения линии тренда активизируем на графике все точки наблюдений (направить курсор на одну из точек и щелкнуть левой кнопкой мыши). Затем с помощью правой кнопки мыши вызываем контекстное меню, в котором выбираем пункт **«добавить линию тренда».** Линия тренда определяет линию парной линейной регрессии $y_т$.

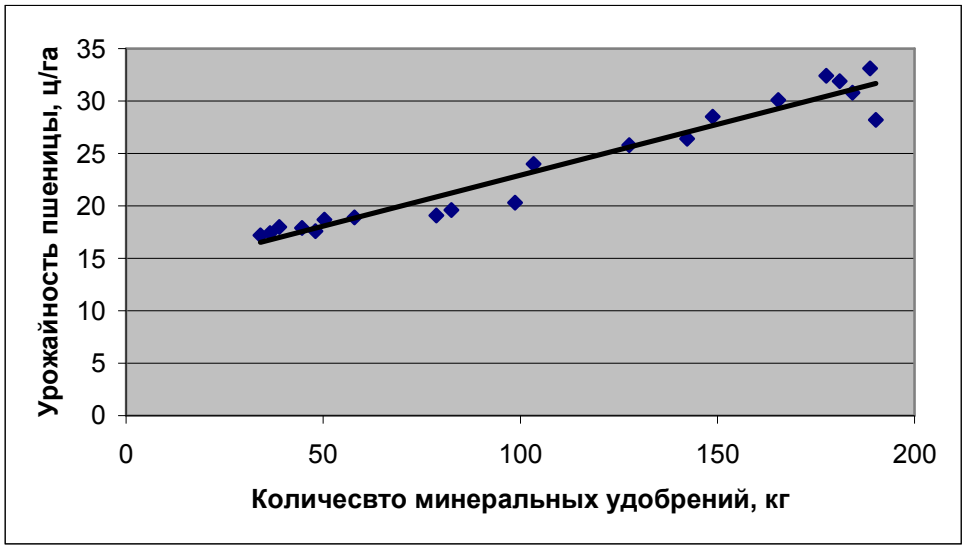

Рис. 1. График зависимости урожайности пшеницы от количества минеральных удобрений

На графике видно, что сначала серия точек располагается над линией регрессии, затем серия точек расположена под линией регрессии. Затем большинство остатков располагается выше линии регрессии и лишь небольшая часть – ниже линии регрессии. Можно предположить, что между остатками наблюдается положительная автокорреляция.
2. Необходимо проверить достоверность нулевой гипотезы об отсутствии автокорреляции остатков, применив критерий Дарбина –Уотсона:

$$d = \frac{\sum (e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2} \qquad (1)$$

где e_t – остатки, рассчитанные по текущим значениям в период t;

$e_t = y_t - y_т$

e_{t-1} - остатки, рассчитанные в предыдущий период времени t-1.

Подставим значения в формулу (1):

$$d = \frac{28.293}{24.464} = 1.157$$

В таблице критических значений Дарбина-Уотсона находим при уровне значимости б = 0,05; n = 20 и m=1 нижнюю границу d_L = 1,20 и верхнюю границу d_u = 1,41.

Фактическое значение критерия располагается между нижней и верхней границами, то есть в зоне неопределенности:

d_L ‹ 1,157 ‹ d_u .

Поэтому принять достоверное решение по результатам теста Дарбина-Уотсона не представляется возможным.

2. Рассчитаем коэффициент автокорреляции первого порядка по формуле:

$$r_t = \frac{\sum(e_t - e_{tc})(e_{t-1} - e_{t-1\,c})}{\sqrt{\sum(e_t - e_{tc})^2 (e_{t-1} - e_{(t-1)\,c})^2}}$$

где e_{tc} – среднее значение остатков в текущий период времени t, начиная со второго периода; их количество n – 1 = 20 – 1 = 19;

$e_{(t-1)\,c}$ – среднее значение остатков в предыдущий период времени, их количество также n – 1 = 20 – 1 = 19.

$$e_{tc} = \frac{\sum(e_t}{n-1} = \frac{-0.4774}{19} = -0,025$$

$$e_{(t-1)\,c} = \frac{\sum e_{(t-1)\,c}}{n-1} = \frac{3,664}{19} = 0,193$$

Промежуточные расчеты приведены в таблице 3.

Таблица 3

Промежуточные расчеты для исчисления коэффициента автокорреляции первого порядка

t	$e_t - e_{tc}$	$(e_t - e_{tc})^2$	$e_{t-1} - e_{(t-1)c}$	$(e_{t-1} - e_{(t-1)c})^2$	$(e_t - e_{tc})(e_{t-1} - e_{(t-1)c})$
1	-	-	-	-	-
2	0,6701	0,44903401	0,4849	0,23512801	0,324931
3	1,0373	1,07599129	0,4521	0,20439441	0,468963
4	0,3844	0,14776336	0,8193	0,67125249	0,314939
5	-0,2454	0,06022116	0,1664	0,02768896	-0,04083
6	0,6315	0,39879225	-0,4634	0,21473956	-0,29264
7	0,0943	0,00889249	0,4135	0,17098225	0,038993
8	-1,7233	2,96976289	-0,1237	0,01530169	0,213172
9	-1,5919	2,53414561	-1,9413	3,76864569	3,090355
10	-2,4633	6,06784689	-1,8099	3,27573801	4,458327
11	0,7808	0,60964864	-2,6813	7,18936969	-2,09356
12	0,2334	0,05447556	0,5628	0,31674384	0,131358
13	-0,5925	0,35105625	0,0154	0,00023716	-0,00912
14	0,877	0,769129	-0,8105	0,65691025	-0,71081
15	0,8668	0,75134224	0,659	0,434281	0,571221
16	1,9834	3,93387556	0,6488	0,42094144	1,28683
17	-0,2665	0,07102225	1,7654	3,11663716	-0,47048
18	1,1536	1,33079296	-0,4845	0,23474025	-0,55892
19	1,6067	2,58148489	0,9356	0,87534736	1,503229
20	-3,4388	11,82534544	1,3887	1,92848769	-4,77546
итого	-0,0024	35,99062274	-0,0027	23,75756691	3,450495

$$r = \frac{3.450}{\sqrt{35.991 * 23.758}} = 0.118$$

На основе коэффициента автокорреляции первого порядка делаем вывод, что между остатками имеется незначительная положительная автокорреляция.

Оценим существенность коэффициента автокорреляции с помощью t- статистики:

$$t = \frac{| r_ф | \sqrt{(n - ф - 2)}}{\sqrt{(1 - r_ф{}^2)}}$$

$$t = \frac{0.118 * \sqrt{(19 - 1 - 2)}}{\sqrt{(1 - 0.014)}} = \frac{0.472}{0.993} = 0.475$$

Из таблицы t-критерия Стьюдента находим критическое значение для принятого уровня значимости б = 0,05 и для числа степеней свободы df= n – ф – 2 = 19 – 1 – 2 = 16.

$t_{б = 0.05,\ df=16} = 2,120$

Фактическое значение t-критерия меньше критического. Коэффициент автокорреляции признается несущественным. Поэтому нет оснований отклонять нулевую гипотезу H_0, что автокорреляция отсутствует.

Таким образом, на основе осуществленного анализа можно сделать вывод, что автокорреляция остатков отсутствует.

Примерная тематика рефератов по курсу «Эконометрика»

1. История развития эконометрики как науки.
2. Связь эконометрики с другими областями знаний.
3. Эконометрическая модель как главный инструмент эконометрического исследования.
4. Задачи и этапы эконометрического моделирования.
5. Методы спецификации эконометрических моделей.
6. Однофакторная регрессионная модель: сущность, оценка параметров и их значимости, прогнозирование результативного признака.
7. Метод наименьших квадратов и предпосылки его применения в моделях парной линейной регрессии.
8. Традиционный метод наименьших квадратов для многомерной регрессии.
9. Нелинейные эконометрические модели.
10. Показатели тесноты связи в линейных и нелинейных моделях регрессии.
11. Модель линейной множественной регрессии
12. Регрессионные модели с фиктивными переменными.
13. Обобщенный метод наименьших квадратов.
14. Косвенный метод наименьших квадратов.
15. Системы эконометрических уравнений и их идентификация.
16. Моделирование тенденции временного ряда.
17. Моделирование сезонных и циклических колебаний.
18. Модели стационарных и нестационарных временных рядов.
19. Динамические модели авторегрессии.
20. Динамические модели с распределенным лагом.

7 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭКОНОМЕТРИКА»

7.1 Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

1. Мхитарян В.С. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Мхитарян В.С., Архипова М.Ю., Сиротин В.П.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2012.— 224 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/11125. (дата обращения 25.03.2016 г.)

2. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012.— 328 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/8594. (дата обращения 25.03.2016 г.)

7.1.2. Дополнительная литература

1. Практикум по эконометрике: Учеб. пособие / И.И. Елмсеева, С.В. Курышева, Н.М.Гордеенко и др.; Под ред. И.И. Елмисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 192 с.

2. **Кремер, Наум Шевелевич**. Эконометрика [Текст] : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко ; ред. Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., доп. и перераб. - Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2010. - 328 с.

3. **Эконометрика. Сетевая версия** [Электронный ресурс] : учебно-мультимедийный компьютерный курс. - 2-е изд. - Электрон. текстовые дан. - Саратов : Диполь, 2007. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM) : цв., зв. ; 19 см

4. **Эконометрика** : учебник для вузов / ред. И. И. Елисеева. - Москва : Финансы и статистика, 2004. - 344 с.

8 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
ПРИМЕНЕНИЕ АКТИВНЫХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ

При реализации программы дисциплины «Эконометрика» используются следующие активные методы обучения:

Интерактивная лекция – лекция, которая проводится с применением следующих активных форм обучения:

демонстрация наглядных пособий

Цель метода: формирование у студентов навыков самообразования, предоставление материала в виде доступном для более полного освоения студентами.

Суть метода: наглядные пособия, видео- и аудиоматериалы делают занятия более емкими и запоминающимися. В качестве таких пособий и материалов могут быть использованы: слайды, схема, таблица, картина, рисунок, фотография, книга, газета, журнал, фильм, музыка, песня, видео- и аудиозапись и т.д.

Сфера применения: данный метод при изучении курса «Эконометрика» *применяется на лекции по темам: «Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции», «Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии и значимости модели»* где в качестве наглядных пособий используются слайды (электронная презентация в MS Power Point).

Решение практических задач

Цель метода: формирование у студентов профессиональных умений и навыков использования:

- математико - статистических методов оценки связи между экономическими явлениями, оценки параметров модели, точечных и интервальных прогнозов, умений и навыков анализировать полученные результаты;
- возможности персональных компьютеров для оценки связи между экономическими явлениями, оценки параметров модели, точечных и интервальных прогнозов

Суть метода: метод представляет собой решение практических задач по расчету различных эконометрических показателей по оценке с применением Microsoft Excel.

Темы	Форма проведения	Количество часов	Компетенции
Однофакторная модель парной линейной регрессии. Показатели корреляции	Интерактивная лекция	2	ПК-4 ОК-3
Оценка параметров уравнения множественной линейной регрессии и значимости модели	Интерактивная лекция	2	ПК-4 ОК-3
Моделирование тренда и сезонной компоненты в аддитивных моделях временных рядов	Решение задач	2	ПК-4 ОК-3
Моделирование тренда и сезонной компоненты в мультипликативных моделях временных рядов	Решение задач	2	ПК-4 ОК-3
Итого		8	

9 Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для проведения занятий используется специализированная аудитория для проведения лекционных занятий, оснащенная следующим оборудованием: мультимедийный проектор, экран, ноутбук. Для проведения лабораторных работ используется компьютерный класс.

10 Контроль знаний студентов

10.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль по дисциплине «Эконометрика» осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля знаний являются: обсуждение отчетов по лабораторным работам, анализ конкретных ситуаций, решение задач, тестов, написание реферата, защита портфолио.

10.2 Формы промежуточного контроля

Аттестация по дисциплине проводится в форме зачета с оценкой

Вопросы к экзамену

Перечень вопросов к экзамену (зачету)	Формируемые компетенции	
	ОК-3	**ПК-3**
1. История развития эконометрики. Понятие эконометрики. Связь эконометрики с другими областями знаний.	+	
2. Общие понятия эконометрических моделей. Задачи эконометрики. Этапы эконометрического исследования.	+	
3. Измерения в экономике. Шкалы измерений.	+	
4. Показатели тесноты связи фактора с результатом.	+	+
5. Двумерная (однофакторная регрессионная модель.	+	+
6. Сущность метода наименьших квадратов.	+	+
7. Свойства оценок метода наименьших квадратов	+	+
8. Гетероскедастичность случайной составляющей. Проверка наличия гетероскедастичности.	+	+
9. Автокорреляция случайных составляющих. Обнаружение автокорреляции. Критерий Дарбина-Уотсона.	+	+
10. Обобщенный метод наименьших квадратов.	+	+
11. Показатели качества регрессии.	+	+
12. Проверка гипотез о значимости параметров регрессии, коэффициента корреляции и уравнения регрессии в целом.	+	+
13. Нелинейная регрессия: виды и оценка параметров.	+	+
14. Коррреляция при нелинейной регрессии. Коэффициенты эластичности.	+	+
15. Нормальная линейная множественная регрессия.	+	+
16. Проблема мультиколлинеарности.	+	+
17. Традиционный метод наименьших квадратов для многомерной регрессии.	+	+
18. Частная корреляция.	+	+
19. Коэффициенты множественной детерминации и корреляции. Скорректированный коэффициент множественной детерминации.	+	+
20. Оценка значимости уравнения множественной регрессии.	+	+

Оценка значимости фактора, дополнительно включенного в модель регрессии. Общий и частный F-критерий.		
21. Фиктивные переменные уравнения регрессии.	+	+
22. Автокорреляция уровней временного ряда и выявление его структуры.	+	+
23. Моделирование тенденций временного ряда (построение тренда).	+	+
24. Моделирование сезонных и циклических колебаний.	+	+
25. Динамические эконометрические модели. Общая характеристика.	+	+
26. Динамические модели авторегрессии.	+	+
27. Модели с распределенным лагом. Изучение структуры лагов.	+	+
28. Оценивание параметров модели с распределенным лагом. Метод Алмон.	+	+
29. Оценивание параметров модели с геометрической струтурой лага. Метод Койка.	+	+
30. Оценивание параметров моделей авторегрессии. Метод инстурментальных переменных.	+	+
31. Модель адаптивных ожиданий.	+	+
32. Модель частичной (неполной) корректировки.	+	+
33. Системы эконометрических уравнений, их виды. Структурная и приведенная форма модели.	+	+

10.3 Модульно-рейтинговая система оценки знаний студентов

Оценка знаний студентов производиться на основе модульно-рейтинговой системы. Учебно-организационный блок отражает посещаемость студентами лекционных и практических занятий. Практическо - исследовательский отражает активность на практических занятиях и результаты выполнения части плана самостоятельной работы. Теоретический блок предполагает проверку знаний в форме коллоквиумов, тестов и других видов работ во время первой и второй промежуточных аттестаций.

Баллы по каждому блоку, которые может набрать студент в период изучения дисциплины «Эконометрика», при форме контроля – «экзамен» представлены ниже.

Максимальное количество баллов при форме контроля – «экзамен»

Блок	Первая промежуточная аттестация	Вторая промежуточная аттестация	Всего
Теоретический	8	8	16
Практическо-исследовательский	14	14	28
Учебно-организационный	8	8	16
Итоговая аттестация	-	-	40
ИТОГО	30	30	100

Студентам необходимо помнить:

- Зачет выставляется на основе результатов первой, второй промежуточных аттестаций;

- Студенты набравшие менее 31 балла не допускаются до сдачи экзамена**;**
- Студенты набравшие менее 61 баллов, считаются не освоившими программу сдают экзамен комиссии в установленный срок деканатом;
- Первая аттестация проводиться в середине изучения курса, вторая в конце курса;
- После первой аттестации необходимо обратить внимание на возможность активизации работы на практических занятиях, с целью получения максимально возможного количества баллов;
- После второй аттестации преподаватель не принимает письменные работы студентов (доклады, рефераты);

Первая промежуточная аттестация будет проводиться после прослушивания студентами лекционного материала и проведения практических занятий по первому модулю. Вторая промежуточная аттестация будет в коне второго модуля.

Составитель Шваков Е.Е., д.э.н., профессор

Зав. кафедрой экономики предприятия и прикладной информатики _____Е.А. Петрова, к.э.н., доцент